

УДК 53.082

Анатичук Л.І., акад. НАН України^{1,2}
Черкез Р.Г. докт. фіз-мат. наук, професор^{1,2}
Порубаний О.М.², Жукова О.С.²

¹Інститут термоелектрики НАН і МОН України,
вул. Науки, 1, Чернівці, 58029, Україна,
e-mail: anatysh@gmail.com;

²Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського 2,
Чернівці, 58012, Україна

ВПЛИВ ТОВЩИНИ ВІТКИ ТА ШВИДКОСТІ ТЕПЛОНОСІЯ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ПРОНИКНОГО ГЕНЕРАТОРНОГО ТЕРМОЕЛЕМЕНТА

В роботі представлені результати комп'ютерних досліджень по впливу товщини вітки та швидкості прокачки газу для 3D моделі проникного генераторного термоелемента на ЕРС та ККД. Розраховано залежності енергетичних характеристик термоелемента з матеріалів на основі Bi-Te-Se-Sb.

Ключові слова: проникний термоелемент, комп'ютерне моделювання, генерація електричної енергії, енергетичні характеристики.

Вступ

Найбільш широке застосування термоелектричних перетворювачів енергії засновано на використанні термопарного елемента [1, 2]. Ефективність перетворення енергії якого визначається параметром добротності використаних матеріалів Z . Тому, пошук матеріалів з максимальним значенням параметра добротності стає основною задачею термоелектричного матеріалознавства. Однак, незважаючи на інтенсивні дослідження, в цьому напрямку, суттєвого зростання добротності за останні 20-30 років не спостерігається [3, 4]. Максимальні значення безрозмірного параметру добротності термоелектричних матеріалів промислового використання залишаються на рівні $1 \div 1.2$. Отже, для покращення ефективності необхідно використання нових, нетрадиційних підходів які полягають у використанні інших нетрадиційних варіантів фізичних моделей термоелементів, що є основною складовою термоелектричного перетворювача енергії.

Одним із них є використання термоелементів із розвиненою внутрішньою поверхнею теплообміну – проникних термоелементів. В таких термоелементах теплообмін з джерелом та стоком тепла відбувається не тільки на спаях, а й в об'ємі вітки. Вже перші теоретичні [5] та експериментальні [6] дослідження для охолодження потоків газів показали на їх перспективність. Вони вказують на можливість покращення ефективності перетворення енергії в $1.3 \div 1.4$ рази.

Однак, такі дослідження були проведені для моделі яка складна для практичної реалізації. Тому, необхідно створення та дослідження більш реальної 3D моделі проникного термоелемента, що є метою даної роботи.

Фізична модель та її математичний опис

Фізичну модель проникного термоелемента, у якого теплообмін з теплоносієм відбувається не тільки через комутаційні пластини, а й з бічними поверхнями вітки, наведено на рис. 1. Вона включає вітки n – та p – типу провідності (2, 10) охоплені адіабатичною ізоляцією 1 та 8, які разом утворюють канали 5, 6, 9. Через канал 6 подається теплоносієм 7 з температурою T_h який перетікає через канали 3, 5 та 5, 9. Вітки виконані з однорідного матеріалу на основі $Bi-Te$ з максимальним значенням добротності Z в інтервалі температур $20 \div 320$ °С. Температурну залежність параметрів матеріалу слід врахувати. Комутаційні пластини c виконані з міді, комутаційний опір – 10^{-6} Ом $см^2$. Температура T_0 нижніх комутаційних пластин термостатовано. Вітки n – та p – типу провідності з'єднані між собою тонким прошарком 14, теплопровідністю, електропровідністю та товщиною яких нехтуємо. Матеріал віток є однорідним і ізотропним з відомими температурними залежностями: електропровідності $\sigma(T)$, коефіцієнта термоЕРС $\alpha(T)$, теплопровідності $\kappa(T)$. В термоелектричному середовищі враховані об'ємні ефекти Трмсона, Джоуля-Ленса та приконтактного ефекту Пельте. Температура теплоносія на вході в термоелемент приймалась рівній температурі гарячих спаїв. Розмір термоелементу в напрямі, перпендикулярному до площини рисунка – d , величина $d = a$. Площина $d = 0$ і $d = a$ є адіабатичними ізоляціями, що формують канали 5, 6, 9, Тертя між теплоносієм та адіабатичними ізоляціями 1, 8 відсутнє.

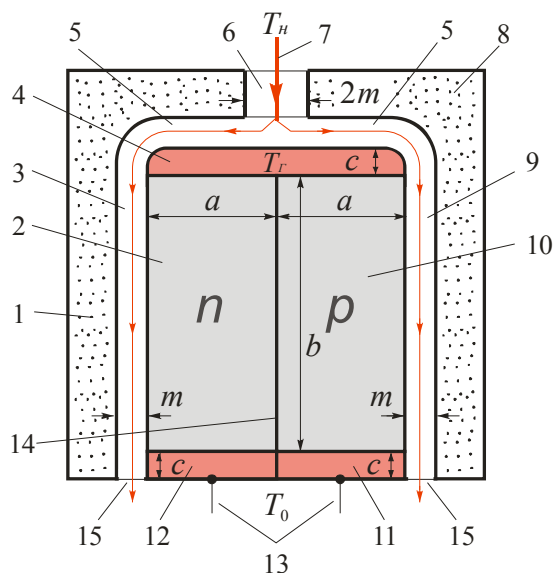


Рис. 1. Фізична модель проникного термоелемента: 1 – адіабатична ізоляція, 2 – вітки n -типу, 3 – канали, 4 – комутаційна пластина, 5 – канал, 6 – канал, 7 – теплоносієм, 8 – адіабатична ізоляція, 9 – канал, 10 – вітка p -типу, 11, 12 – комутаційні пластини, 13 – електричні контакти, 14 – прошарок між відками n -і p -типу, 15 – виходи каналів.

На бічній поверхні віток 2 комутаційних пластин 4 які знаходяться в тепловому контакті з теплоносієм 4, теплообмін описується законом Ньютона-Ріхмана:

$$q_0 = \alpha_T(t - T), \quad (1)$$

де α_T – коефіцієнт теплообміну, T – температура вітки термоелемента, t – температура теплоносія.

Система рівнянь, що описує розподіл температури і потенціалу в термоелектричному середовищі описується фундаментальними законами збереження енергії та носіїв струму [7]:

$$\vec{\nabla} \vec{W} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \vec{i} = 0 \quad (3)$$

де $\vec{W} = \vec{q} + U\vec{i}$ – густина потоку енергії.

Використавши узагальнені закони Фур'є та Ома для термоелектричного середовища:

$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T + \alpha \vec{i} T \quad (4)$$

$$\vec{i} = -\sigma (\vec{\nabla} U + \alpha \vec{\nabla} T) \quad (5)$$

де U – потенціал, κ – коефіцієнт теплопровідності, α – коефіцієнт термоЕРС, σ – електропровідність.

Можна отримати систему диференціальних рівнянь для знаходження розподілів температур та потенціалів:

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \kappa \vec{\nabla} T + \frac{i^2}{\sigma} - T \vec{i} \vec{\nabla} \alpha &= 0; \\ \vec{\nabla} (-\sigma (\vec{\nabla} U + \alpha \vec{\nabla} T)) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для опису руху теплоносія в каналі використовується система рівнянь Нев'є-Стокса та рівняння неперервності, а для розподілу температури в теплоносії – рівняння теплопровідності.

Рівнянь Нев'є-Стокса та рівняння неперервності можна записати у вигляді [8]:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{d\vec{g}}{dt} &= \rho \vec{F} - \vec{\nabla} P + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{g} + \frac{1}{3} \mu \vec{\nabla} (\text{div} \vec{g}), \\ \text{div} \rho \vec{g} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Ліва частина (7) являє собою силу інерції рідини. Перший доданок у правій частині (7) – масову силу, другий – дію поверхневих сил тиску (нормальних напружень), а останні два доданки – дію дотичних складових поверхневих сил (сил внутрішнього тертя).

Теплообмін в рідині описується рівнянням теплопровідності [9]:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{g}\vec{\nabla})T \right) = -(\vec{\nabla}\vec{q}) + \sum_{i,j} \tau_{ij} S_{ij} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \bigg|_P \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{g}\vec{\nabla})P \right) + Q \quad (8)$$

де ρ – густина, C_p – теплоємність, T – температура, \vec{g} – вектор швидкості рідини, q – густина потоку тепла, P – тиск, τ_{ij} – тензор в'язкого напруження, де η – в'язкість, I – одиничний тензор, \vec{S}_{ij} – тензор швидкості деформації.

Оскільки дана задача розглядається для стаціонарного випадку, то ліва частина першого рівняння системи (7) рівна нулю. Впливом масових сил також нехтуємо, тоді перший доданок у лівій частин цього ж рівняння теж рівний нулю. Рівняння (8) теж необхідно записати для стаціонарного випадку, а нагрівом рідини за рахунок внутрішнього тертя, стисненням рідини, а також нагрівом рідини за рахунок внутрішніх джерел тепла нехтуємо. Тоді система рівнянь Нев'є-Стокса, неперервності та теплопровідності для даної задачі запишеться у виді:

$$\left. \begin{aligned} -\vec{\nabla}P + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{g} + \frac{1}{3} \mu \vec{\nabla}(\text{div} \vec{g}) &= 0, \\ \text{div} \rho \vec{g} &= 0, \\ \rho C_p (\vec{g}\vec{\nabla})T + \vec{\nabla}\vec{q} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Граничні умови, що описують спряжену задачу використовуються в даній задачі мають наступний вигляд:

– для термоелектричного середовища:

$$\text{температура} - \left. \begin{aligned} T|_0 &= 300K \\ T|_{z_h} &= \alpha_T (T_h - T) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\text{потенціал} - \left. \begin{aligned} U|_0 &= 0 \\ U|_{x_3} &= U_0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

– для теплоносія:

$$\text{швидкість} - \left. \begin{aligned} g|_0 &= g_0 \\ g|_{z_h} &= P_0 = 0 \\ g|_{S_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\text{температура на вході} - t|_{z_h} = T_h \quad (13)$$

де g_0 – початкова швидкість теплоносія, U_0 – фіксоване значення потенціалу, S_0 – бічна поверхня термоелемента.

Реалізація поставленої задачі в пакеті прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics

Для розрахунку поставленої задачі було обрано пакет прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics, а саме – рівняння в часткових похідних (*PDE modes*). Де одним із способів представлення рівняння є коефіцієнтна форма:

$$e_a \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla}(-c\vec{\nabla}\vec{u} - \alpha\vec{u} + \gamma) + \beta\vec{\nabla}u + a\vec{u} = f \quad (14)$$

Дане рівняння використано для термоелектричного середовища і приведено до вигляду $\vec{\nabla}(-c\vec{\nabla}\vec{u}) = 0$. Для цього e_a , d_a , α , γ , β , a зануляються, а величину c записують у вигляді матриці:

$$c = \begin{pmatrix} \kappa + \alpha^2 \sigma T + \sigma U \alpha & \alpha T \sigma + \sigma U \\ \alpha \sigma & \sigma \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Причому вектор \vec{u} має такий вигляд матриці:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} T \\ U \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для опис руху та теплообміну рідини використовується модуль Comsol Multiphysics – Non-Isothermal Flow [11]. Модуль включає систему рівнянь Нав'є-Стокса, рівняння неперервності та рівняння теплопередачі рідини, змінному в часі чи стаціонарному режимі. Розрахунок приведеної моделі, в стаціонарному режимі, проводився за співвідношеннями:

$$\left. \begin{aligned} \rho(\vec{\nabla}\vec{\nabla})\vec{u}_2 &= \vec{\nabla} \left[-PI + \mu(\vec{\nabla}\vec{\nabla} + (\vec{\nabla}\vec{\nabla})^T) - \frac{2}{3}\mu(\vec{\nabla}\vec{\nabla})I \right], \\ \vec{\nabla}(\rho\vec{\nabla}) &= 0, \\ \rho C_p \vec{\nabla}\vec{\nabla}T + \vec{\nabla}(\kappa\vec{\nabla}T) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Значення електричного струму розраховувалось через інтеграл по площі поперечного перерізу S_V :

$$I = \iint_{S_V} I_n dS_V, \quad (19)$$

де $I_n = n_x I_x + n_y I_y + n_z I_z$ - вектор густини електричного струму. Значення I_x , I_y , I_z визначались співвідношеннями:

$$I_x = -\sigma \frac{\partial U}{\partial x} - \sigma \alpha \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (20)$$

$$I_y = -\sigma \frac{\partial U}{\partial y} - \sigma \alpha \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (21)$$

$$I_z = -\sigma \frac{\partial U}{\partial z} - \sigma \alpha \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (22)$$

Витрата теплоносія визначалась інтегруванням швидкості v по площі перерізу каналу S_{VI} :

$$G = \iint_{S_{VI}} v dS_{VI} \quad (23)$$

Електрична потужність термоелемента $W = I \cdot U$, тепловий потік, що надходить до термоелемента $Q_h = GC_p \Delta t$.

Основним параметром, що характеризує ефективність роботи термоелемента в режимі генерації електричної енергії є коефіцієнт корисної дії, який визначається співвідношенням:

$$\eta = \frac{W}{Q_h}. \quad (24)$$

Результати комп'ютерних досліджень характеристик повітряного проникного термоелемента в матеріалів на основі *Bi-Te-Se-Sb*

Розрахунок проводився для матеріалів на основі *Bi-Te-Se-Sb*. Функціональні залежності параметрів матеріалу - коефіцієнта термоЕРС α , теплопровідності k та електропровідності σ від температури [3].

Моделювання проникного термоелемента здійснювалось в програмі Comsol Multiphysics для наступної базової конструкції (рис. 1): висота $b = 2$ мм, довжина 2 мм, ширина $a = 0.5$ мм. Розміри нижньої комутації – висота $c = 0.1$ мм, довжина 2 мм, ширина $a = 0,5$ мм; верхньої – висота $d = 0.1$ мм, довжина $c = 2$ мм, ширина 2 мм. Матеріал комутації – мідь. Ці прорізи в комутації разом з вітками утворюють систему каналів для прокачки теплоносія. Контактний опір складав величину $2 \cdot 10^{-6}$ Ом·см². На рис. 2 представлено розбиття такої конструкції на скінченні елементи.

Приклад розподілу температур температури в теплоносії та матеріалі термоелемента при температурі газу на вході 600 К приведено на рис. 3.

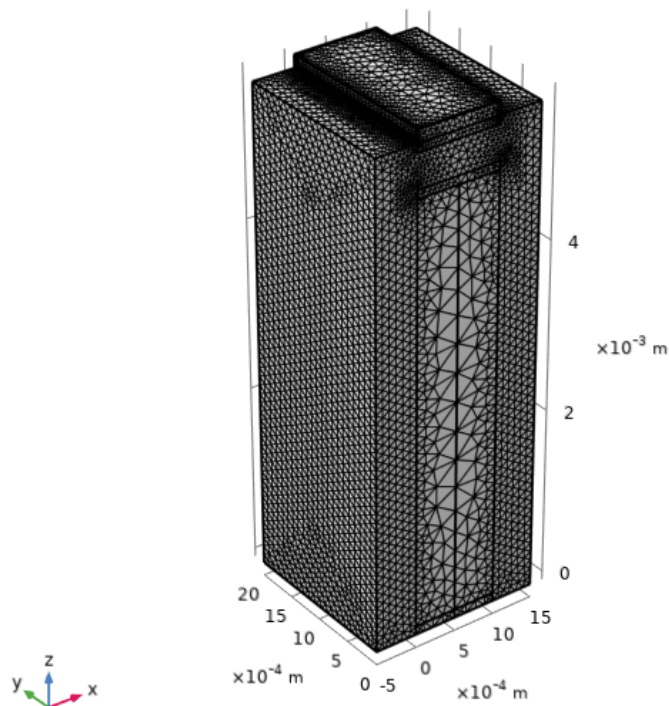
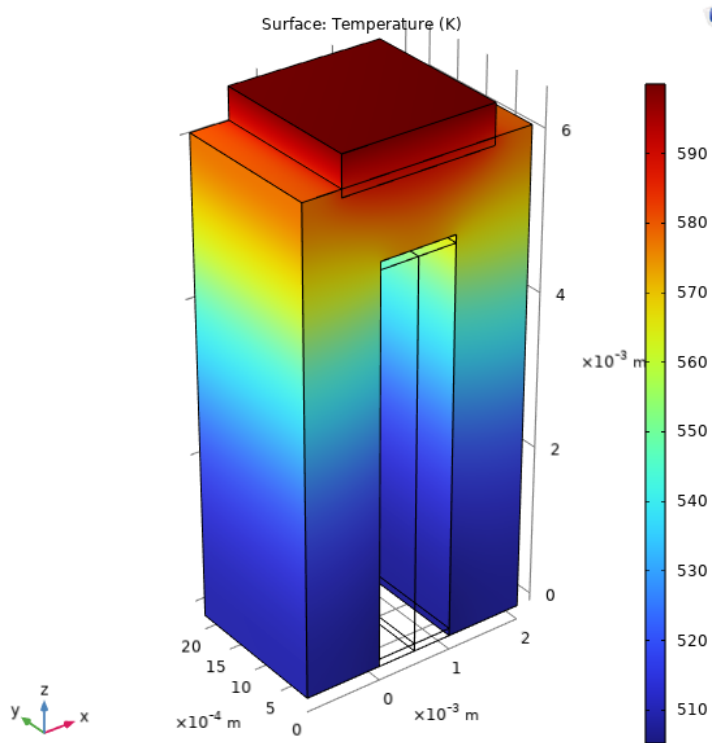
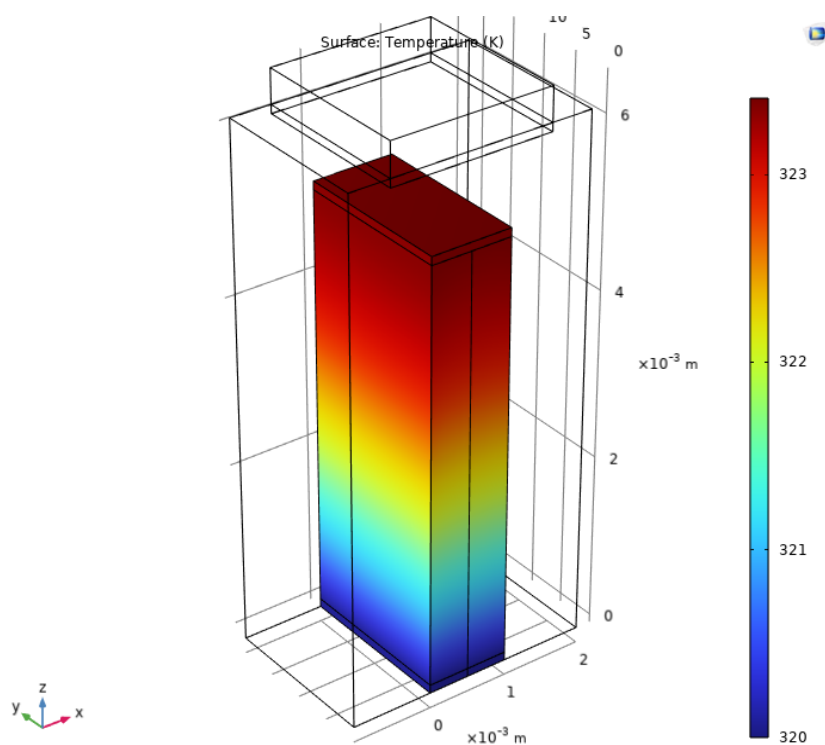


Рис. 2. Геометрична сітка.



а) розподіл температур в теплоносії



б) розподіл температур в матеріалі термоелемента

Рис. 3. Розподіли температур.

Ширина віток термоелемента змінювалась від 0.05мм до 0.2 мм, а швидкість теплоносія на вході в термоелемент змінювалась від 0.001м/с до 0.05 м/с. Коефіцієнт теплообміну - α_T , в законі Ньютона-Ріхмана, складав величину 1000 Вт/(м²·К).

Таблиця 1

Залежності енергетичних параметрів від ширини вітки та швидкості теплоносія.

$a, \text{ м}$	$V, \text{ м/с}$	$t_{\text{вих}}, \text{ К}$	ЕРС, В	$I, \text{ А}$	$G, \text{ м}^3/\text{с}$	$W, 10^{-8} \text{ Вт}$	$\eta (\%)$
0.002	0.001	506.80	4.09E-04	1.25E-05	0.000855	0.50929	1.52
0.002	0.01	518.18	4.18E-04	1.32E-05	0.008724	0.551344	2.19
0.002	0.03	543.75	4.47E-04	1.49E-05	0.027447	0.665821	2.18
0.002	0.05	558.25	4.62E-04	1.59E-05	0.046937	0.732695	2.18
0.001	0.001	506.75	6.81E-04	6.71E-06	8.55E-04	4.57042	2.05
0.001	0.01	523.25	7.17E-04	7.31E-06	0.008823	5.24203	1.64
0.001	0.03	471.62	5.71E-04	4.14E-06	0.022122	2.3663	0.54
0.0005	0.001	474.75	0.001043	2.11E-06	7.75E-04	2.19625	0.11
0.0001	0.001	511.87	0.005279	9.16E-08	8.67E-04	4.83785	0.177

Для вказаних параметрів визначались середньоінтегральні характеристики термоелемента: температури повітря на виході з термоелемента - $t_{вих}$; електрорушійна сила термоелемента - ЕРС; значення електричного струму I , A ; витрати повітря - G ; електрична потужність W ; коефіцієнт корисної дії η . Залежності цих параметрів від ширини вітки a та висоти 0.002м для різних швидкостей теплоносія V на вході в термоелемент представлено в таблиці 1. Температура теплоносія на вході в термоелемент складала 600 К .

Як видно з таблиці, для ширини віток 0.002м значення ККД від швидкості подачі теплоносія в термоелемент виходить на насичення з невеликим максимумом при швидкості 0.01 м/с . При зменшенні товщини віток (0.001 м) отримуємо менші значення ККД при тих самих швидкостях теплоносія. Тому, для виявлення максимуму ККД необхідно проводити багато параметричну оптимізацію проникного термоелемента. Таку задачу засобами програмного пакету Comsol Multiphysics складно розв'язати перебором параметрів, оскільки для сучасних комп'ютерів з тактовою частотою 4.7 ГГц розв'язок задачі з одним набором параметрів шукається програмою на протязі 8 годин . Тому, для розв'язку багато параметричної оптимізаційної задачі доцільніше використовувати математичну теорію оптимального керування розроблену для 1D модель проникного термоелемента.

Висновки

1. Розроблено 3D модель проникного генераторного термоелемента в пакеті прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics.
2. Визначено розподіли температур в матеріалі віток термоелемента та теплоносії, потенціалів в термоелементі, швидкостей повітря та енергетичні характеристики проникного генераторного термоелемента з матеріалів на основі *Bi-Te-Se-Sb*.
3. Для проведення багатопараметричної оптимізації конструкційних та теплофізичних параметрів проникного термоелемента доцільно використовувати математичну теорію оптимального керування розроблену для 1D модель проникного термоелемента.

Список літератури

1. Анатичук Л. И Термоэлементы и термоэлектрические устройства / Справочник – Киев: Наукова думка. – 1979. – 762 с.
2. Анатичук Л.И. Термоэлектричество, Т.1. Физика термоэлектричества. Черновцы. – 2008. – 388с.
3. Snyder G.J., Toberer E.S. Complex thermoelectric materials // Nature materials. – 2008. – Vol. 7. – P. 105 – 114.
4. Анатичук Л.И. Современное состояние и некоторые перспективы термоэлектричества // Термоэлектричество. – 2007. – №2. – С. 7 – 20.
5. Anatychuk L. I., Vikhor L. N., Cherkez R. G. Optimal control of semiconductor material inhomogeneity for permeable cooling thermocouples // Thermoelectricity. – 2000. – №3. – P. 45 – 55.

6. Анатичук Л.І., Черкез Р.Г., Дем'янюк Д.Д., Бухараєва Н.Р. Дослідження енергетичних характеристик проникного площинного термоелемента // Термоелектрика. – 2012. – № 2. – С. 88 – 92.
7. Анатичук Л. И., Семенюк В. А. Оптимальное управление свойствами термоэлектрических материалов и приборов. – Чв: Прут. – 1992. – 264 с.
8. Каденко І.М., Харитонов О.М., Єрмоленко Р.В. Основи тепло гідравліки ядерних енергетичних установок. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010. – 320 с.
9. Охрименко Д.И. Применение пакета COMSOL Multiphysics 3.4 для решения задач гидродинамики и теплообмена в химической технологии: Курс. роб. – Д. – 2009. – 64с.
10. Бирюлин Г.В. Теплофизические расчеты в конечно-элементном пакете COMSOL / FEMLAB: Методическое пособие. – С.-П.: СПб ГУ ИТМО. – 2006. – 78 с.
11. <http://www.comsol.com>.

Надійшли до редакції: 09.03.2022

Anatychuk L.I. *acad. National Academy
of Sciences of Ukraine*^{1,2}

Cherkez R.G. *doc. phys.– mat. sciences,
professor*^{1,2}

Porubanyi O.M.², **Zhukova A.S.**²

¹Institute of Thermoelectricity of the NAS and MES of Ukraine,
1 Nauky str., Chernivtsi, 58029, Ukraine,
e-mail: anatych@gmail.com;

²Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University,
2 Kotsiubynsky str., 58000, Chernivtsi, Ukraine

EFFECT OF LEG THICKNESS AND HEAT CARRIER VELOCITY ON THE EFFICIENCY OF A PERMEABLE GENERATOR THERMOELEMENT

The paper presents the results of computer research on the influence of leg thickness and gas pumping velocity for a 3D model of a permeable generator thermoelement on the EMF and efficiency. The dependences of the energy characteristics of a thermoelement made of materials based on Bi-Te-Se-Sb are calculated.

Key words: permeable thermoelement, computer simulation, electric energy generation, energy characteristics.

References

1. Anatyshuk L.I. (1979). *Termoelementy i termoelektricheskiie ustroistva. Spravochnik. [Thermoelements and thermoelectric devices. Reference book].* Kyiv [in Russian].
2. Anatyshuk L.I. (2008). *Termoelektrichestvo. T.1. Fizika termoelektrichestva [Thermoelectricity. Vol.1. Physics of Thermoelectricity].* Chernivtsi [in Russian].
3. Snyder G.J., Toberer E.S. (2008). Complex thermoelectric materials. *Nature Materials*, 7, 105 – 114.
4. Anatyshuk L.I. (2007). Current status and some prospects of thermoelectricity. *J.Thermoelectricity*, 2, 7 – 20.
5. Anatyshuk L. I., Vikhor L. N., Cherkez R. G. (2000). Optimal control of semiconductor material inhomogeneity for permeable cooling thermocouples. *J.Thermoelectricity*, 3, 45 – 55.
6. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G., Demyanyuk D.D., Bukharayeva N.R. (2012). Research on the energy characteristics of a permeable planar thermoelement. *J.Thermoelectricity*, 2, 88 – 92.
7. Anatyshuk L.I., Semeniuk V.A. (1992). *Optimalnoie upravleniie svoistvami termoelektricheskikh materialov i priborov [Optimal control over the properties of thermoelectric materials and devices].* Chernivtsi: Prut [in Russian].
8. Kadenko I.M., Kharitonov O.M., Yermolenko R.V. [2010]. *Osnovy teplohidravliki yadernykh energetychnykh ustanovok [Fundamentals of thermal hydraulics of nuclear power plants].* Kyiv: VPC “Kyiv University” [in Ukrainian].
9. Okhrimenko D.I. (2009). The use of COMSOL Multiphysics 3.4 package for solving hydrodynamics and heat exchange problems in chemical technology: Course paper. D.
10. Biriulin G.V. (2006). *Thermophysical calculations in the COMSOL/FEMLAB finite element package: A Guidebook.* St-Petersburg: ITMO University [in Russian].
11. <http://www.comsol.com>.

Submitted: 09.03.2022