



Черкез Р.Г.

Черкез Р.Г. док. фіз.-мат. наук, в.о. професора^{1,2}

¹Інститут термоелектрики НАН і МОН України, вул. Науки, 1,
Чернівці, 58029, Україна, e-mail: anatysh@gmail.com;

²Чернівецький національний університет
ім. Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського 2,
Чернівці, 58000, Україна

ВПЛИВ ТОВЩИНИ ПЛАСТИН НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ПРОНИКНОГО ПЛОЩИННОГО ТЕРМОЕЛЕМЕНТА ОХОЛОДЖЕННЯ

Представлено теорію розрахунку та комп'ютерні методи пошуку оптимальних параметрів (густина електричного струму, витрати теплоносія) проникного площинного термоелемента охолодження, при яких ефективність перетворення енергії буде максимальною. Розрахована товщина пластин вітки проникного термоелемента на основі матеріалу Bi-Te, при якій холодильний коефіцієнт буде максимальним. Показано, що раціональне використання таких перетворювачів енергії дозволяє підвищити холодильний коефіцієнт на 20-40 %. Бібл. 9, рис.2, таблиця 1.

Ключові слова: термоелектричні матеріали, холодильний коефіцієнт, холодопродуктивність, проектування проникного площинного термоелемента.

Вступ

Відомі термоелементи, в яких теплообмін з джерелом та стоком тепла відбувається не тільки на спаях термоелемента, а і в об'ємі матеріалу віток [1 – 3]. Варіантами реалізації таких моделей є проникні термоелементи, у яких в матеріалах віток вздовж напрямку протікання електричного струму є канали (пори) для прокачування теплоносія. Керуючи умовами теплообміну (швидкість теплоносія, інтенсивність теплообміну і т.д.) в поєднанні з розподілом фізичних ефектів в матеріалі віток, можна впливати на енергетичну ефективність перетворення енергії.

Дослідження проникних термоелементів [3 – 5] вказало на перспективність їх використання, оскільки дає можливість підвищити холодильний коефіцієнт в 1.3-1.6 рази.

Однак їх практична реалізація пов'язана з певними матеріалознавчими та технологічними труднощами, що спонукає до пошуку та дослідження більш простих варіантів фізичних моделей перетворювачів з внутрішнім теплообміном.

Варіантом реалізації внутрішнього теплообміну є проникні площинні термоелементи, в яких кожна вітка складається з певної кількості пластин, розміщених на віддалі одна від одної. Проміжки між пластинами утворюють канали, по яких прокачується теплоносій (рідина або газ).

Дослідження таких термоелементів з метою визначення оптимальної товщини пластин та максимальних характеристик перетворення енергії є актуальною задачею, що і є метою даної роботи.

Фізична модель та її математичний опис

Фізична модель площинного проникного термоелемента, що працює в режимі термоелектричного охолодження, представлена на рис.1. Вона містить вітки n - і p -типів провідності,

кожна вітка складається з N_p сегментів (площин) розташованих на віддалі h_k одна від одної. Ширина сегмента h , а його товщина h_p . Проміжки між сегментами утворюють канали, по яких прокачується теплоносій (повітря або рідина) для його охолодження. Теплі та холодні спаї термоелемента підтримуються при постійних значеннях T_h і T_c відповідно. Теплоносій прокачується в напрямку від теплих спаїв до холодних. Температура теплоносія на вході в термоелемент T_a . Коефіцієнт теплообміну теплоносія всередині каналів проникного площинного термоелемента α_T .

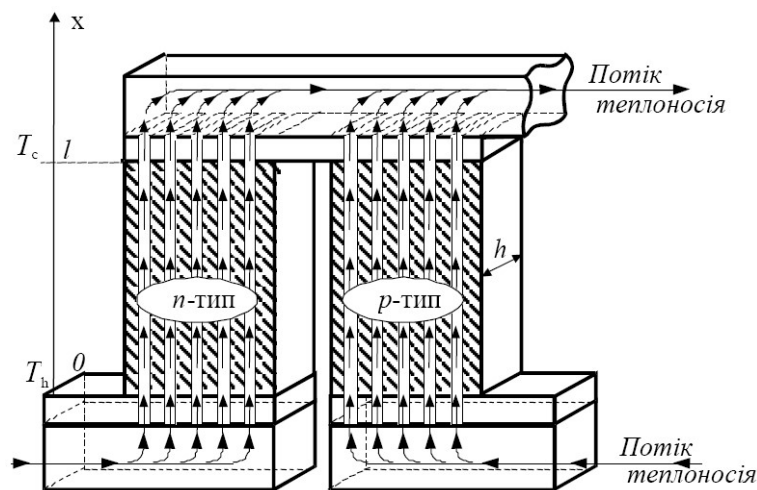


Рис. 1. Модель проникного площинного термоелемента.

Для знаходження розподілу температур в матеріалі термоелемента необхідно розв'язати диференціальне рівняння

$$\frac{d}{dx} \left(\kappa(T) \frac{dT}{dx} \right) + i^2 \rho(T) - T i \frac{d\alpha(T)}{dx} - \frac{2 \alpha_T}{h_p} (T - t) = 0, \quad (1)$$

де t – температура теплоносія в точці x ; T – температура вітки в точці x ; α_T – коефіцієнт тепловіддачі; i – густина електричного струму ($i = I/S - S_k$) $\alpha(T)$, $\kappa(T)$, $\rho(T)$ – коефіцієнти термоЕРС, теплопровідності і питомого опору матеріалу є функціями температури T . Відзначимо, що параметри термоелектричного середовища α , κ , ρ взаємозалежні. Система цих зв'язків задає деяку область G_ξ зміни неоднорідності ξ . Конкретизуючи матеріал вітки, необхідно задати ці зв'язки, наприклад, у вигляді теоретичних або експериментальних залежностей α , κ , ρ від T і визначити G_ξ .

На ділянці сегменту вітки dx зміна температури теплоносія dt визначається законом збереження енергії. Диференціальне рівняння для розподілу температури теплоносія t має вигляд

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2 \alpha_T}{V c_p h_p} (T - t). \quad (2)$$

де V – питома масова швидкість теплоносія в каналі ($V = v \rho_T$; v – швидкість, ρ_T – густина теплоносія); c_p – теплоємність теплоносія.

Рівняння (1) і (2), записані для n - і p -віток термоелемента, утворюють систему диференціальних рівнянь для визначення розподілу температур

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dx} \left(\kappa(T, \xi) \frac{dT}{dx} \right) + i^2 \rho(T, \xi) - \\ - Ti \frac{d\alpha(T, \xi)}{dx} - \frac{2\alpha_T}{h_p} (T-t) = 0, \\ \frac{dt}{dx} = \frac{2\alpha_T}{Vc_p h_p} (T-t). \end{array} \right. \quad (3)$$

Розглянемо задачу про максимальну енергетичну ефективність термоелектричного охолодження при фіксованих температурах джерел тепла T_h і T_c .

Задача зводиться до пошуку максимуму холодильного коефіцієнта

$$\varepsilon = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c}, \quad (4)$$

при диференціальних зв'язках (3) і граничних умов:

$$T_{n,p}(0) = T_h, \quad T_{n,p}(1) = T_c, \quad t_{n,p}(0) = T_s. \quad (5)$$

де T_h – температура гарячої поверхні спаїв, T_c – температура холодної поверхні спаїв, T_s – початкова температура теплоносія; Q_h , Q_c , – теплові потоки, якими термоелемент обмінюється з зовнішніми джерелами тепла

$$Q_h = Q_n(0) + Q_p(0),$$

$$Q_c = Q_n(1) + Q_p(1) + Q_L,$$

де Q_L – тепло, що підводиться за рахунок внутрішнього теплообміну

$$Q_L = \sum_{n,p} Vc_p S_R (t(0) - t(1)).$$

Надалі замість максимуму ε зручно розглядати мінімум функціонала I :

$$I = \ln q(0) - \ln q(1), \quad (6)$$

де

$$q(0) = \frac{Q_h}{I} = q_n(0) + q_p(0),$$

$$q(1) = \frac{Q_c}{I} = q_n(1) + q_p(1) + \frac{Q_L}{j(S-S_K)} I,$$

де $q_n(1), q_p(1), q_n(0), q_p(0)$ – величини питомих потоків тепла на холодних і гарячих спаях термоелемента для віток n і p – типів, що визначаються із розв'язку системи диференціальних рівнянь (3).

Оптимізаційна задача полягає в тому, щоб з області керування $\xi \in G_\xi$ вибрати такі функції концентрації $\xi^{n,p}(x)$ і одночасно призначити таку питому масову швидкість теплоносія в каналах $V = V_0$, що при обмеженнях (3),(4) і умові для густини електричного струму

$$q_n(1) + q_p(1) = 0, \quad (7)$$

надають функціоналу I найменше значення, при цьому холодильний коефіцієнт ε буде максимальним [7].

Метод розв'язування задачі та результати розрахунків

Для розв'язування задачі скористаємося математичною теорією оптимального керування, розробленою під керівництвом Л.С. Понтрягіна, в застосуванні до проникних термоелементів [8]. Конкретизуємо формалізм математичної теорії оптимального керування стосовно до нашої задачі.

Функції $\psi(x)$ (імпульси) повинні задовольняти системі рівнянь, яка є канонічно спряженою до системи (3) і має вигляд :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dx} &= \frac{\alpha j}{\kappa} R_1 \psi_1 - \left(\frac{\alpha j}{\kappa} R_2 - \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l^2}{(S - S_K) j} \right) \psi_2 \\ &\quad - \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l}{V c_p S_R} \psi_3, \\ \frac{d\psi_2}{dx} &= \frac{j}{\kappa} \psi_1 - \frac{\alpha j}{\kappa} \psi_2, \\ \frac{d\psi_3}{dx} &= - \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l^2}{(S - S_K) j} \psi_2 + \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l}{V c_p S_R} \psi_3. \end{aligned} \right\}_{n,p}$$

де

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 &= R_1 + \frac{1}{Z_K} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right). \end{aligned} \right\}_{n,p}$$

Крайові умовами (умови трансверсальності) для цієї системи наступні:

$$\psi(0) = \frac{\partial \bar{J}}{\partial y} \Big|_{x=0}, \quad \psi(1) = - \frac{\partial \bar{J}}{\partial y} \Big|_{x=1}$$

де $\bar{J} = J + \sum(v, g)$ – розширений функціонал; v, g – вектори невизначених множників Лагранжа і крайові умови (5).

Тоді крайові умови для спряженої системи приймуть вид

$$\psi_2^{n,p}(0) = \frac{1}{q_n(0) + q_p(0)},$$

$$\psi_2^{n,p}(1) = -\frac{(S - S_K)j}{Wc_p S_R (2t(0) - t_n(1) - t_p(1))},$$

$$\psi_3^{n,p}(1) = -\frac{1}{2t(0) - t_n(1) - t_p(1)}.$$

Використовуючи наведену систему рівнянь з урахуванням зв'язків (3),(5) та чисельних методів була створена програма комп'ютерного проектування оптимальних функцій неоднорідності термоелектричного матеріалу $\xi(x)$ і оптимальної швидкості теплоносія V з метою досягнення максимальної енергетичної ефективності проникного площинного термоелемента охолодження.

Результати дослідження проникного площинного термоелемента для матеріалів на основі Bi-Te.

Приведемо результати комп'ютерного проектування оптимальної неоднорідності напівпровідникового термоелектричного матеріалу в сполученні з оптимальною функцією розподілу джерел (стоків) тепла для проникних площинних термоелементів охолодження. Коефіцієнт теплообміну теплоносія всередині каналів знаходився на рівні $0.01 \text{ Вт/см}^2\text{К}$.

В якості вихідних даних для такої оптимізації були використані експериментальні залежності характеристик напівпровідникових матеріалів n - і p -типів на основі $Bi-Te$ α , σ , κ від температури для різної концентрації домішок [9].

Залежності максимального холодильного коефіцієнту (COP), холодопродуктивності термоелемента (Q_c), спожитої потужності (W), напруги (U), температури теплоносія на виході з термоелемента (T_{cv}), оптимальної витрати теплоносія (V_{opt}) від товщини пластини (h_p) для висоти віток $l = 1.0 \text{ см}$ представлені в таблиці

Таблиця

Залежності характеристик термоелемента від ширини пластини

h_p , см	0.5	0.1	0.05	0.01	0.005
COP	0.524	0.566	0.574	0.581	0.58
Q_c , Вт	2.660	0.5654	0.2869	0.0582	0.029
W , Вт	5.06	0.999	0.500	0.100	0.050
U , В	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
T_{cv} , К	280.3	255.1	252.5	250.5	250.25
V_{opt} , кг/(см ² с)	0.135	0.0126	0.006	0.0012	0.0006

Видно, що існує оптимальна товщина пластини (0.1 см) при якій характеристики термоелемента мають найбільш сприятливі значення.

Результати розрахунку по впливу ширини каналів на характеристики проникного термоелемента з кількістю каналів 10 шт., висотою віток 1 см представлено на рис. 2. Тут побудовано графіки залежностей характеристик проникного площинного термоелемента охолодження (холодильного коефіцієнту ϵ , теплового потоку Q , швидкості теплоносія V) від ширини каналу H_k .

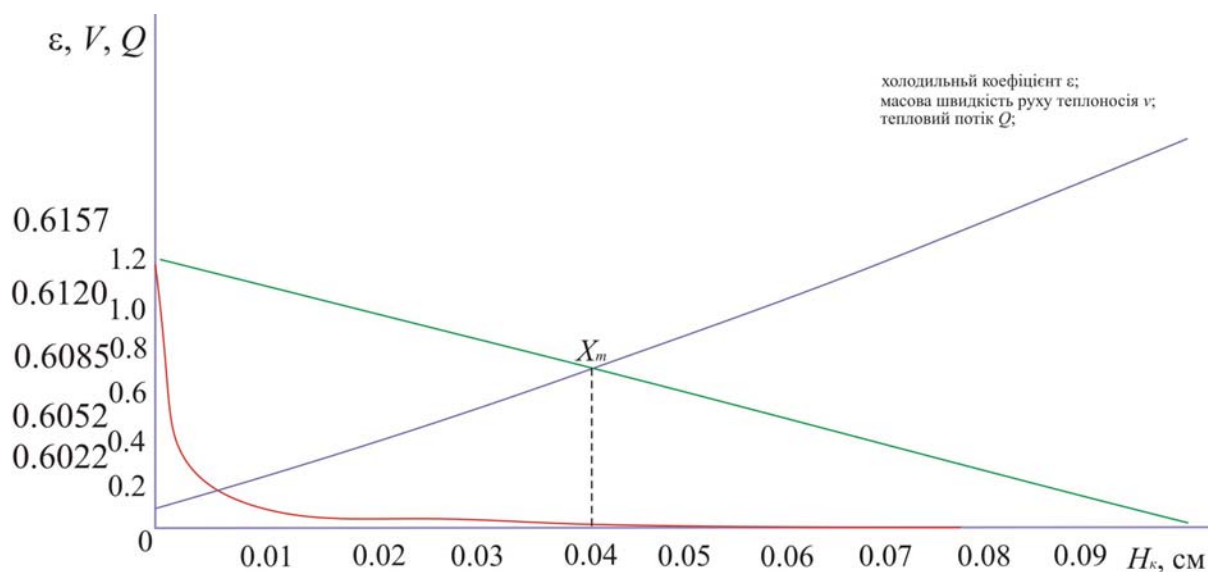


Рис. 2. Залежність холодильного коефіцієнту ε , швидкості теплоносія V та теплового потоку Q від ширини каналу.

Перетин двох ліній і вкаже нам раціональне значення ширини каналу, при якій холодопродуктивність і холодильний коефіцієнт будуть мати найбільш сприятливі значення. В даному випадку, ширина каналу складає приблизно 0.04 см.

Порівняння по ефективності з класичними термоелементами, вказує на можливість покращання холодильного коефіцієнту в 1.2-1.4 рази .

Висновки

1. Оптимальна товщина пластини вітки при якій характеристики термоелемента мають найбільш сприятливі значення для матеріалу на основі *Bi-Te* складає 0.1 см.
2. Використання проникних термоелектричних охолоджувачів таких перетворювачів енергії дозволяє підвищити холодильний коефіцієнт на 20-40%.
3. Отримані результати демонструють перспективність досліджень та створення проникних площинних термоелектричних охолоджувачів.

Автор висловлює подяку академіку НАН України Анатичуку Л.І. за цінні зауваження до роботи, головному науковому співробітнику Інституту термоелектрики Вихор Л.М. за обговорення особливостей застосувань методу теорії оптимального керування, студентам ЧНУ Торончуку В. та коледжу ЧНУ Жуковій А. за допомогу в побудові графіків, візуалізації результатів комп'ютерних досліджень.

Література

1. Козлюк В.Н., Щеголов Г.М. Термодинамический анализ тпроницаемых термоэлектрических холодильников // Теплофизика и теплотехника. – 1973. – Вып. 25. – С. 96-100.
2. Котырло К., Козлюк В.Н., Лобунец Ю.Н. Термоэлектрический генератор с развитой поверхностью теплообмена // Проблемы прямого переобр. энергии. – 1975. – Вып. 7. – С. 85-95.
3. Лобунец Ю.Н. Методы расчета и проектирования термоэлектрических преобразователей энергии. // К.: Наукова думка. – 1989. – 176 с.

4. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G. On the Properties of Permeable Thermoelements // Proc. Of XXII Intern. Conf. on thermoelectrics (France). – 2003. – P. 480-483.
5. Черкез Р.Г. Термоэлементы с внутренним и боковым теплообменом // Термоэлектричество. – 2003. – №1. – С. 70-77.
6. Анатычук Л.И., Вихор Л. Н., Черкез Р.Г. Оптимальное управление неоднородностью полупроводникового материала для проникаемых термоэлементов охлаждения // Термоэлектричество. – 2000. – №3. – С. 46-57.
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов // М.: Наука. – 1976. – 392 с.
8. Черкез Р.Г. О моделировании проникаемых термоэлементов // Термоэлектричество. – 2016. – №1. – С. 45-50.
9. Анатычук Л.И. Термоэлектричество [монография]. Т. 4. Функционально-градиентные термоэлектрические материалы. / Л.И. Анатычук, Л.Н. Вихор // Черновцы. Букрек. – 2012. – 180 с.

Надійшла до редакції 28.08.2019

Черкез Р.Г. ^{1,2}, *док. физ.-мат. наук, в.о. професора*^{1,2}

¹Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины
ул. Науки, 1, Черновцы, 58029, Украина;
e - mail: anatysh@gmail.com;

²Черновицкий национальный университет
имени Юрия Федьковича, ул. Коцюбинського 2
Черновцы, 58012, Украина

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПЛАСТИН НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРОНИЦАЕМОГО ПЛОСКОСТНОГО ТЕРМОЭЛЕМЕНТА ОХЛАЖДЕНИЯ

Представлены теория расчета и компьютерные методы определения оптимальных параметров (плотность электрического тока, расхода теплоносителя) проникаемого плоскостного термоэлемента охлаждения, при которых эффективность преобразования энергии максимальна. Рассчитана толщина пластин ветви проникаемого термоэлемента на основе материала Bi-Te, при которой холодильный коэффициент максимален. Показано, что рациональное использование таких преобразователей энергии позволяет повысить холодильный коэффициент на 20-40 %. Библ. 9, рис. 2.

Ключевые слова: термоэлектрические материалы, холодильный коэффициент, холодопроизводительность, проектирование проникаемого плоскостного термоэлемента

Cherkez R.G., *doc. phys. - math. sciences, acting Professor*^{1,2}

¹Institute of Thermoelectricity of the NAS and MES of Ukraine,
1, Nauky str., Chernivtsi, 58029, Ukraine

²Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University,
2, Kotsiubynsky str., Chernivtsi, 58012, Ukraine

INFLUENCE OF PLATE THICKNESS ON THE EFFICIENCY OF A PERMEABLE PLANAR COOLING THERMOELEMENT

This paper presents the theory of calculation and computer methods of search for optimal parameters (electric current density, heat carrier flow rate) of a permeable planar cooling thermoelement whereby the energy conversion efficiency will be maximum. The thickness of leg plates of a permeable thermoelement based on Bi-Te at which the coefficient of performance will be maximum is calculated. It is shown that the rational use of such energy converters allows increasing the coefficient of performance by 20-40 %. Bibl. 9, Fig. 2

Key words: *thermoelectric materials, coefficient of performance, cooling capacity, design of a permeable planar thermoelement.*

References

1. Kozliuk V.N., Shchegolev G.M. (1973). Termodinamicheskii analiz pronitsaiemykh termoelektricheskikh kholodilnikov [Thermodynamic analysis of permeable thermoelectric coolers]. *Teplofizika i teplotekhnika – Thermophysics and Heat Engineering*, issue 25, 96-100 [in Russian].
2. Kotyrlo G.K., Kozliuk V.N., Lobunets Yu.N. (1975). Termoelektricheskii generator s razvitoi poverkhnosti teploobmena [Thermoelectric generator with a developed heat exchange surface]. *Teplotekhnicheskie problemy priamogo preobrazovaniia energii – Thermotechnical Problems of Direct Power Conversion*, issue 7, 85-95 [in Russian].
3. Lobunets Yu.N. (1989). *Metody rascheta i proektirovaniia termoelektricheskikh preobrazovatelei energii [Methods for calculation and design of thermoelectric power converters]*. Kyiv: Naukova Dumka [in Russian].
4. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G. (2003). On the properties of permeable thermoelements. *Proc. of XXII Intern. Conf. on Thermoelectrics* (France), 480-483.
5. Cherkez R.G. (2003). Thermoelements with internal and lateral heat exchange. *J. Thermoelectricity*, 1, 70-77.
6. Anatyshuk L.I., Vikhor L.N., Cherkez R.G. (2000). Optimal control of the inhomogeneity of semiconductor material for permeable cooling thermoelements. *J. Thermoelectricity*, 3, 46-57.
7. Pontriagin L.S., Boltianskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. (1976). *Matematicheskaiia teoriia optimalnykh processov [Mathematical theory of optimal processes]*. Moscow: Nauka [in Russian].
8. Cherkez R.G. (2016). On the simulation of permeable thermoelements. *J. Thermoelectricity*, 1.
9. Anatyshuk L.I., Vikhor L.N. (2012). *Thermoelectricity. Vol. 4. Functionally graded thermoelectric materials*. Chernivtsi: Bukrek.

Submitted 28.08.2019