

УДК 621.315.592

Снарський О.А., док. фіз.- мат. наук, професор
Іванова І.М., канд. фіз-мат.наук, доцент
Федотов В.В., старший викладач

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського", Берестейський проспект, 37, Київ, 03056, Україна
e-mail: asnarskii@gmail.com

ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНІ КОМПОЗИТИ ТА СПІВВІДНОШЕННЯ ВЗАЄМНОСТІ

Розглянуто ефективні кінетичні коефіцієнти у макронеоднорідних середовищах, їхня поведінка при зміні концентрації фаз компонентів та завданні порога протікання. Знайдено комбінації ефективних кінетичних коефіцієнтів, за яких виконуються співвідношення взаємності.

Ключові слова: кінетичні коефіцієнти, двофазне середовище, однопотокові системи, термоЕРС.

Вступ

Основною характеристикою випадково-неоднорідних середовищ є ефективні кінетичні коефіцієнти. При описі, наприклад, електропровідності – σ_e , коли має місце закон Ома

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} . \quad (1)$$

де \mathbf{j} – густина електричного струму та \mathbf{E} – напруженість електричного поля, σ – локальна провідність $\sigma(\mathbf{r})$, де $\langle \dots \rangle = 1/V \int \dots dV$ – середнє за об'ємом V у випадку двофазного середовища провідність у першій фазі набуває значення σ_1 , а у другій σ_2 . Ефективна провідність σ_e визначається як

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \sigma_e \langle \mathbf{E} \rangle , \quad (2)$$

Обчисленню ефективних властивостей таких середовищ, зокрема обчисленню ефективної провідності, термоЕРС, пружних властивостей присвячено величезну кількість статей та монографій [1 – 5]. Одним із вдалих наближених методів, що добре описують ефективну провідність, є наближення Бругемана-Ландауера [6 – 7], що часто називається наближенням середнього поля – МАЕ. Для ефективної провідності воно має вигляд

$$\frac{\sigma_e - \sigma_1}{2\sigma_e + \sigma_1} p + \frac{\sigma_e - \sigma_2}{2\sigma_e + \sigma_2} (1 - p) = 0 . \quad (3)$$

де σ_1 і σ_2 – значення питомої провідності у першій та другій фазах.

Звернемося тепер до термоелектричних явищ. Запишемо рівняння, що зв'язують між собою густину електричного струму – \mathbf{j} , потоку тепла – \mathbf{q} та напруженості електричного поля – \mathbf{E} , а також градієнт температур $\mathbf{g} = -\text{grad}T$ наступним чином

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E} + \gamma \mathbf{g}, \\ \mathbf{s} &= \gamma \mathbf{E} + \chi \mathbf{g}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\gamma = \sigma \alpha$, α – коефіцієнт термоЕРС, $\chi = \kappa/T$, κ – коефіцієнт теплопровідності та для зручності (симетрії в системі (4)) введений потік $\mathbf{s} = \mathbf{q} / T$.

Ефективні кінетичні коефіцієнти термоелектричної системи матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{j} \rangle &= \sigma_e \langle \mathbf{E} \rangle + \gamma_e \langle \mathbf{g} \rangle, \\ \langle \mathbf{s} \rangle &= \gamma_e \langle \mathbf{E} \rangle + \chi_e \langle \mathbf{g} \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

Як було показано в [8], задачу про обчислення ефективних термоелектричних коефіцієнтів можна звести (у певних випадках) до завдання визначення ефективної електропровідності в системі, де відсутні термоелектричні явища. Іншими словами, якщо ми знаємо розв'язок для ефективного коефіцієнта в однопотоковій системі, можемо дізнатися розв'язок для ефективних кінетичних коефіцієнтів в двопотоковій системі (наприклад, при спільному протіканні пов'язаних між собою електричного струму та потоку тепла). Надалі цей метод, названий методом ізоморфізму, був записаний у різних математичних варіантах і узагальнювався на різні задачі [9 – 11].

1. Співвідношення взаємності для однострумової (провідність) системи

Існує особливий клас двовимірних двофазних середовищ, таких що, ефективна провідність (1) є ізотропною і що при взаємній заміні локальних провідностей фаз $\sigma_1 \rightleftharpoons \sigma_2$ ефективна провідність σ_e залишається незмінною. Одним із багатьох прикладів детермінованої структури таких середовищ є шахівниця, де чорні клітини – одна фаза, білі – інша, інші приклади наведені в [12]. Випадково-неоднорідне середовище з половинною концентрацією фаз так само входить до цього класу середовищ. Як було точно показано в [13, 14], ефективна провідність такого середовища дорівнює

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_1 \cdot \sigma_2}. \quad (6)$$

У тому випадку, коли у випадково-неоднорідних середовищах концентрація фаз $p = 1/2$, має місце співвідношення взаємності [13, 14]

$$\sigma_e(p) \cdot \sigma_e(1-p) = \sigma_1 \cdot \sigma_2, \quad (7)$$

тобто добуток двох функцій, що залежать від концентрації $\sigma_e(p) \cdot \sigma_e(1-p)$ від концентрації не залежить.

Аналіз такої поведінки випадково-неоднорідних двофазних середовищ наближеним методом теорії середнього поля – МАЕ дає той самий результат.

Природно, у випадково-неоднорідних тривимірних середовищах, як показано на рис. 1, такої поведінки немає.

Для концентраційної залежності ефективної провідності існує специфічний параметр – p_c . За великої неоднорідності, тобто при великому значенні відношення провідностей фаз $\sigma_1/\sigma_2 \gg 1$ ефективна провідність відчуває різку зміну поведінки під час проходження концентрації через т. зв. поріг протікання p_c .

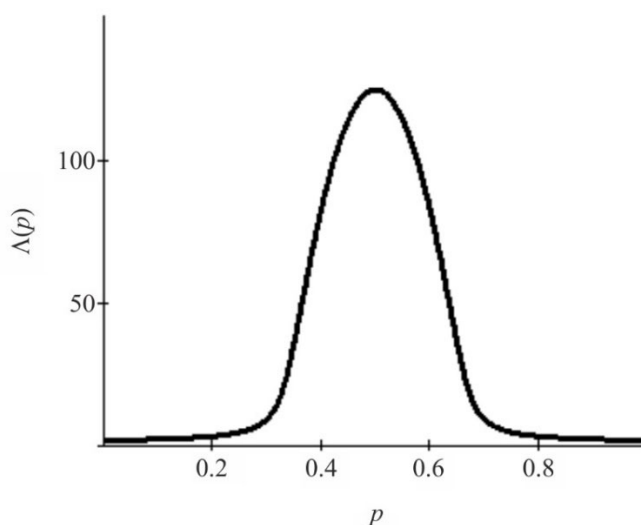


Рис. 1. Концентраційна залежність добутку ефективних провідностей у тривимірному випадково-неоднорідному середовищі. Для прикладу вибрано $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 10^{-2}$ (в умовних одиницях).

Різка зміна поведінки ефективної провідності пов'язана з появою в середовищі т. зв. нескінченного кластера, безперервного шляху по одній з фаз через всю систему [1, 5]. У рамках наближення середнього поля – МАЕ значення порога протікання в тривимірному випадку $p_c = 1/3$, а в двовимірному випадку $p_c = 1/2$. У той самий час, у різних реальних композитах спостерігаються різні значення порогу протікання. У зв'язку з цим у [15] було запропоновано модифікацію МАЕ, що дозволяє описувати тривимірні композити з наперед заданим порогом протікання \tilde{p}_c , не обов'язково рівним $1/3$

$$\frac{\frac{\sigma_e - \sigma_1}{2\sigma_e + \sigma_1}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\sigma_e - \sigma_1}{2\sigma_e + \sigma_1}} p + \frac{\frac{\sigma_e - \sigma_2}{2\sigma_e + \sigma_2}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\sigma_e - \sigma_2}{2\sigma_e + \sigma_2}} (1 - p) = 0, \quad (8)$$

де $c(p, \tilde{p}_c)$ – терм Саричева-Виноградова

$$c(p, \tilde{p}_c) = (1 - 3\tilde{p}_c) \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1-p}{1-\tilde{p}_c} \right)^{1-\tilde{p}_c}. \quad (9)$$

Надалі такий підхід, який використовує введення деякого терму в рівняння Бруггемана-Ландауера, був узагальнений на двовимірний випадок, на анізотропні структури й для опису пружних явищ [16 – 19].

Надалі ми досліджуємо можливості існування співвідношень взаємності середовищ з різним порогом протікання.

2. Співвідношення взаємності для ефективних кінетичних коефіцієнтів термоелектричних композитів

Для аналізу поведінки ефективних кінетичних коефіцієнтів в термоелектричних середовищах скористаємося методом ізоморфізму [20]. Розглянемо спочатку двовимірний

випадок. У відсутності термоелектричних явищ (тобто при $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$) система вироджується у два незв'язних один з одним співвідношення – закон Ома і закон Фур'є, при цьому для кожного з їх ефективних коефіцієнтів (ефективних провідності та теплопровідності) виконуються співвідношення взаємності. У випадку ж присутності термоелектричних явищ співвідношення взаємності не виконуються. Як видно з рис. 2 нормований добуток ефективних провідностей та коефіцієнтів термоЕРС вже не є постійними при зміні концентрації

$$\Lambda\sigma(p) = \frac{\sigma_e(p)\sigma_e(1-p)}{[\sigma_e(p_c=1/2)]^2}, \quad \Lambda\alpha(p) = \frac{\alpha_e(p)\alpha_e(1-p)}{[\alpha_e(p_c=1/2)]^2} \quad (10)$$

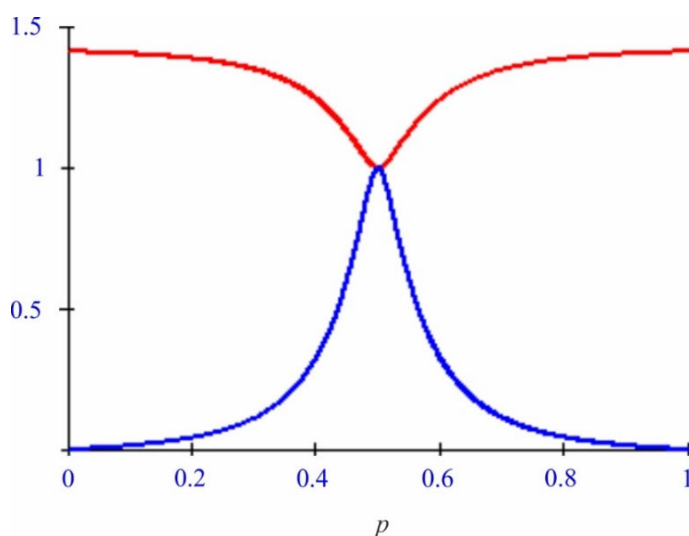


Рис. 2. Двовимірний випадок. Концентраційна залежність нормованих добуток провідності та коефіцієнтів термоЕРС – $\Lambda\sigma(p)$ – верхня крива та $\Lambda\alpha(p)$ – нижня крива.

Для прикладу обрані наступні значення локальних кінетичних коефіцієнтів:

$$\sigma_1 = 5 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}, \quad \chi_1 = 0.1 \text{ Вт/м}, \quad \alpha_1 = 0 \text{ В/К}, \quad \sigma_2 = 3.207 \cdot 10^4 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}, \\ \chi_2 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}, \quad \gamma_2 = 6.414 \text{ В/К}, \quad T = 300 \text{ К}.$$

Таким чином, у термоелектричних системах ефективні кінетичні коефіцієнти окремо не задовольняють співвідношення взаємності. Однак, як стверджує метод ізоморфізму, двопотокова завдання зводиться до однопотокової, з одним ефективним кінетичним коефіцієнтом для якого, природно, повинно мати місце співвідношення взаємності. Це означає, що є можливість використовуючи ізоморфізм «у зворотний бік» (переходячи від однопотокової системи до двопотокової) знайти ті комбінації ефективних кінетичних коефіцієнтів, для яких у двопотоковій системі буде мати місце співвідношення взаємності.

3. Метод ізоморфізму

Тут ми звернемося до варіанта запропонованого А. Дихне [20] (подробіці див. у [5]).

Зведемо локальну двопотокову систему (4) до однопотокової, для цього перше рівняння (4) складемо з другим, помноженим на деяку константу K

$$\mathbf{j} + K\mathbf{s} = (\sigma + K\gamma)\mathbf{E} + (\gamma + K\chi)\mathbf{g}, \quad (11)$$

де σ, α, γ і χ залежать від координат і набувають значення $\sigma_1, \gamma_1, \chi_1$ – у першій та $\sigma_2, \gamma_2, \chi_2$ – у другій фазах.

Перепишучи (11) у вигляді

$$\mathbf{j} + K\mathbf{s} = (\sigma + K\gamma) \left(\mathbf{E} + \frac{\gamma + K\chi}{\sigma + K\gamma} \mathbf{g} \right) \quad (12)$$

можемо ввести новий «струм» \mathbf{i} та нове поле $\boldsymbol{\varepsilon}$

$$\mathbf{i} = \mathbf{j} + K\mathbf{s}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E} + \frac{\gamma + K\chi}{\sigma + K\gamma} \mathbf{g}. \quad (13)$$

У стаціонарному випадку, який ми й розглядаємо, для полів та струмів мають місце рівняння

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{s} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{g} = 0 \quad (14)$$

Аналогічним рівнянням мають підкорятися нові «поле» $-\boldsymbol{\varepsilon}$ та «струм» $-\mathbf{i}$

$$\operatorname{div} \mathbf{i} = 0, \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{\varepsilon} = 0, \quad (15)$$

що визначають однопотокову систему

$$\mathbf{i} = f \cdot \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (16)$$

де $f(\mathbf{r})$ – кінетичний коефіцієнт нової однопотокової системи (аналог провідності)

Для виконання рівнянь (15) необхідно, щоб множник біля \mathbf{g} не залежав від координат, тобто щоб він мав одне і те ж значення в обох фазах – позначимо його ω . Цю вимогу можна записати так

$$\frac{\gamma_1 + K\chi_1}{\sigma_1 + K\gamma_1} = \frac{\gamma_2 + K\chi_2}{\sigma_2 + K\gamma_2} = \omega. \quad (17)$$

Рівняння (17) визначає два можливі значення для констант K і ω

$$K_{1,2} = \frac{\chi_2\sigma_1 - \chi_1\sigma_2 \pm \sqrt{(\chi_2\sigma_1 - \chi_1\sigma_2)^2 - 4(\chi_1\gamma_2 - \chi_2\gamma_1)(\gamma_1\sigma_2 - \gamma_2\sigma_1)}}{2(\chi_1\gamma_2 - \chi_2\gamma_1)} \quad (18)$$

Записуючи аналогічні (12,13,16) рівняння для усереднених полів і струмів, отримаємо, зокрема, усереднений закон «Ома» (для однопотокового середовища)

$$\langle \mathbf{i} \rangle = f^e \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle, \quad (19)$$

де тепер роль локальної провідності у першій та другій фазах $-\sigma_1, \sigma_2$ гратимуть «провідності» μ_1, μ_2

$$\mu_1 = \sigma_1 + K\gamma_1, \quad \mu_2 = \sigma_2 + K\gamma_2. \quad (20)$$

Необхідно відмітити, що існують дві пари локальних ефективних кінетичних коефіцієнтів μ_1 та μ_2 , що залежать від K_1 і одна для пари μ_1 і μ_2 , що залежить від K_2 .

Таким чином, враховуючи, що можливі (18) два значення константи K закон (16) можна

записати так

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{j} \rangle + K_1 \langle \mathbf{s} \rangle &= f_1^e (\langle \mathbf{E} \rangle + \omega_1 \langle \mathbf{g} \rangle), \\ \langle \mathbf{j} \rangle + K_2 \langle \mathbf{s} \rangle &= f_2^e (\langle \mathbf{E} \rangle + \omega_2 \langle \mathbf{g} \rangle),\end{aligned}\tag{21}$$

де враховано, що константа ω аналогічно константі K може приймати два значення та

$$f_1^e = f^e(\mu_1, \mu_2, K_1, \omega_1), \quad f_2^e = f^e(\mu_1, \mu_2, K_2, \omega_2).\tag{22}$$

Знайдемо тепер з (22) вирази для $\langle \mathbf{j} \rangle$ і $\langle \mathbf{s} \rangle$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{j} \rangle &= \frac{K_2 f_1^e - K_1 f_2^e}{K_2 - K_1} \langle \mathbf{E} \rangle + \frac{K_2 f_1^e \omega_1 - K_1 f_2^e \omega_2}{K_2 - K_1} \langle \mathbf{g} \rangle, \\ \langle \mathbf{s} \rangle &= \frac{f_1^e - f_2^e}{K_2 - K_1} \langle \mathbf{E} \rangle + \frac{f_1^e \omega_1 - f_2^e \omega_2}{K_2 - K_1} \langle \mathbf{g} \rangle\end{aligned}\tag{23}$$

Таким чином, знаючи залежності ефективних кінетичних коефіцієнтів однопотокової системи від локальних кінетичних коефіцієнтів і концентрації можна з (23) отримати аналогічні залежності для ефективних кінетичних коефіцієнтів термоелектричної (двопотокової) системи. Справді, порівнюючи (23) та (5), σ_e, α_e і χ_e можна записати як

$$\sigma_e = \frac{K_2 f_1^e - K_1 f_2^e}{K_2 - K_1}, \quad \alpha_e = \frac{K_2 f_1^e \omega_1 - K_1 f_2^e \omega_2}{K_2 f_1^e - K_1 f_2^e}, \quad \chi_e = \frac{f_1^e \omega_1 - f_2^e \omega_2}{K_2 - K_1}.\tag{24}$$

4. Співвідношення взаємності термоелектричних композитів

Описаний вище метод ізоморфізму пояснює чому ефективні кінетичні коефіцієнти не дають пряму співвідношення взаємності. Відповідно до [14] співвідношення взаємності мають місце для однопотокових двовимірних випадково неоднорідних середовищ. У цьому випадку для однопотокової системи (16), вони повинні мати місце для ефективних коефіцієнтів f_1^e і f_2^e , запишемо їх у вигляді

$$\begin{aligned}f^e(\mu_1, \mu_2, K_1, p) \cdot f^e(\mu_1, \mu_2, K_1, 1-p) &= f^e(\mu_1, \mu_2, K_1, 1/2)^2, \\ f^e(\mu_1, \mu_2, K_2, p) \cdot f^e(\mu_1, \mu_2, K_2, 1-p) &= f^e(\mu_1, \mu_2, K_2, 1/2)^2\end{aligned}\tag{25}$$

або в скорочених позначеннях

$$f_1^e(p) \cdot f_1^e(1-p) = f_1^e(1/2)^2, \quad f_2^e(p) \cdot f_2^e(1-p) = f_2^e(1/2)^2.\tag{26}$$

Таким чином, ефективні кінетичні коефіцієнти термоелектричних систем є функцією локальних кінетичних коефіцієнтів, знайдених констант (18), ефективних коефіцієнтів однопотокових систем. $f_1^e(p)$, $f_2^e(p)$.

Скористаємося тепер (24) і знайдемо вирази $f_1^e(p)$, $f_2^e(p)$ через ефективні кінетичні коефіцієнти термоелектричних систем, наприклад, у такому вигляді

$$f_1^e(p) = \sigma_e + K_1 \sigma_e \alpha_e, \quad f_2^e(p) = \sigma_e + K_2 \sigma_e \alpha_e.\tag{27}$$

Відповідно до (26) та (27) можемо записати співвідношення взаємності для ефективних кінетичних коефіцієнтів термоелектричної системи для K_1

$$\sigma_e(p)[1+K_1\alpha_e(p)] \cdot \sigma_e(1-p)[1+K_1\alpha_e(1-p)] = \text{const} \quad (28)$$

І аналогічно для другого випадку константи K_2

$$\sigma_e(p)[1+K_2\alpha_e(p)] \cdot \sigma_e(1-p)[1+K_2\alpha_e(1-p)] = \text{const} \quad (29)$$

5. Числовий аналіз для двовимірних термоелектричних систем

Розглянемо кілька конкретних прикладів поведінки ефективних кінетичних коефіцієнтів та співвідношень взаємності. Для цього нормуємо вирази (27–28) (нагадаємо, що для двовимірного випадку у стандартному наближенні МАЕ поріг протікання дорівнює $p_c = 1/2$)

$$\Lambda_1(p) = \frac{\sigma_e(p)[1+K_1\alpha_e(p)] \cdot \sigma_e(1-p)[1+K_1\alpha_e(1-p)]}{\{\sigma_e(p)[1+K_1\alpha_e(p)]\}^2}, \quad (30)$$

$$\Lambda_2(p) = \frac{\sigma_e(p)[1+K_2\alpha_e(p)] \cdot \sigma_e(1-p)[1+K_2\alpha_e(1-p)]}{\{\sigma_e(p)[1+K_2\alpha_e(p)]\}^2}.$$

Вирази f^e знайдемо у двовимірному наближенні МАЕ, для однопотокової системи

$$\frac{\frac{f_e - \mu_1}{f_e + \mu_1}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{f_e - \mu_1}{f_e + \mu_1}} p + \frac{\frac{f_e - \mu_2}{f_e + \mu_2}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{f_e - \mu_2}{f_e + \mu_2}} (1-p) = 0, \quad (31)$$

де у двовимірному випадку терм аналогічний терму Саричева-Виноградова має вигляд

$$c(p, \tilde{p}_c) = (1 - 2\tilde{p}_c) U(\mu_1, \mu_2) \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1-p}{1-\tilde{p}_c} \right)^{1-\tilde{p}_c}, \quad (32)$$

і

$$U(\mu_1, \mu_2) = \begin{cases} 1, & \mu_1 > \mu_2 \\ 0, & \mu_1 = \mu_2 \\ -1, & \mu_1 < \mu_2 \end{cases} \quad (33)$$

Підставляючи отримані f_1^e і f_2^e у (20), знаходимо $\Lambda_1(p)$ і $\Lambda_2(p)$. На рис. 3 показано концентраційну поведінку $\Lambda\sigma(p)$, $\Lambda\alpha(p)$ і $\Lambda_1(p)$ з (10) та (30). Природно, в (10) стоїть ефективна провідність з (24). Як видно з малюнка функції $\Lambda\sigma(p)$, $\Lambda\alpha(p)$ залежать від концентрації, на відміну від $\Lambda_1(p)$, практично незалежної від концентрації, яку можна назвати одним із співвідношень взаємності для термоелектричних явищ.

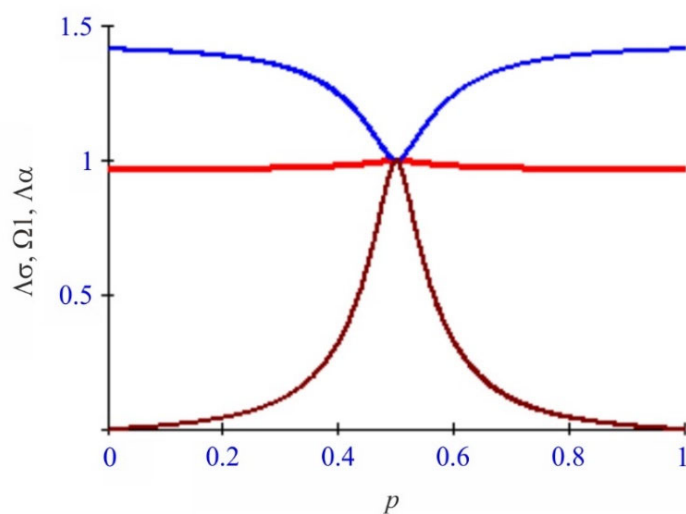


Рис. 3 Концентраційні залежності $\Lambda\sigma(p)$, $\Lambda\alpha(p)$ і $\Lambda_1(p)$ при незміщеному порозі протікання $\tilde{p}_c = 1/2$. Для прикладу вибрано наступні значення локальних кінетичних коефіцієнтів: $\sigma_1 = 5 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\chi_1 = 0.1 \text{ ВТ/м}$, $\alpha_1 = 0 \text{ В/К}$, $\sigma_2 = 3.207 \cdot 10^4 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\chi_2 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ ВТ/м}$, $\gamma_2 = 6.414 \text{ В/К}$, $T = 300 \text{ К}$.

Зауважимо, що при зміщенні порога протікання, тобто навіть при невеликому відхиленні \tilde{p}_c від $1/2$, вираз $\Lambda_1(p)$ (і, звичайно, $\Lambda_2(p)$), що був постійним, починає істотно залежати від концентрації.

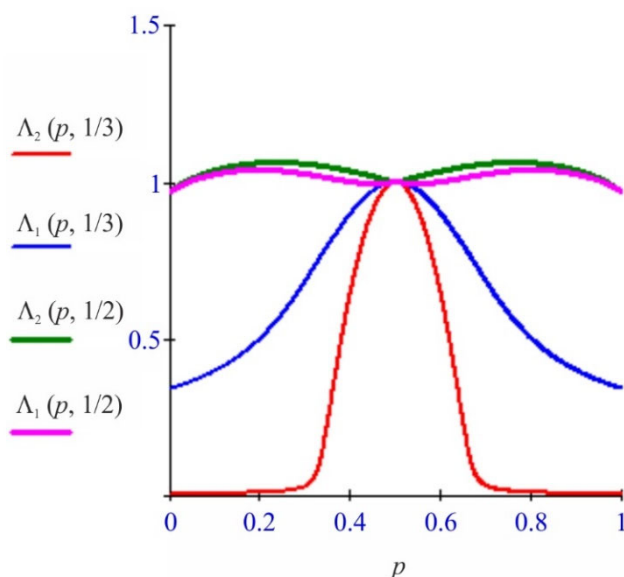


Рис. 4 Концентраційні залежності $\Lambda_2(p, p_c = 1/2)$, $\Lambda_1(p, p_c = 1/2)$, $\Lambda_1(p, p_c = 1/3)$, $\Lambda_2(p, p_c = 1/3)$ – згори вниз.

У тривимірному випадку, коли має місце (8) та (9) добутки (30) для незміщеного порогу протікання, тобто коли $\tilde{p}_c = 1/3$, перестають бути незалежними від концентрації, що взагалі

природно, оскільки й у однопотоковому випадку спостерігається сильна залежність від концентрації – рис. 4. Однак при зміщенні порогу протікання, при виборі $\tilde{p}_c = 1/2$ співвідношення взаємності приблизно виконуються. Тривимірний випадок заслуговує на окремий докладний аналіз.

Висновки

Співвідношення взаємності, записані для ефективної провідності (однопотокова система), можуть бути узагальнені на випадок термоелектричних явищ у двовимірному випадку. У тривимірному вигляді канонічна теорія середнього поля (наближення Бруггемана-Ландауера) показує, що таких співвідношень немає. У випадку зміщеного порогу протікання, у тривимірному випадку, хоча й наближено, але співвідношення взаємності мають місце.

Список літератури

1. Torquato S. (2002). *Random heterogeneous materials. Microstructure and macroscopic properties*, Springer Verlag: New York, USA. doi: 10.1115/1.1483342
2. Balagurov B.Ya. (2015). *Electrophysical properties in composites*. Leland.
3. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Danishevskyy V.V. (2018). *Asymptotical mechanics of composites*, Springer: Cham, Germany. doi: 10.1007/978-3-319-65786-8
4. Choy T.C. (2016). *Effective medium theory: principles and applications*, Oxford University Press: Oxford, UK. doi:10.1093/acprof:oso/9780198705093.001.0001
5. Snarskii A., Bezsudnov I.V., Sevryukov V.A., Morozovskiy A., Malinsky J. (2016). *Transport processes in macroscopically disordered media. From mean field theory to percolation*. Springer Verlag: New York, USA. doi: 10.1007/978-1-4419-8291-9.
6. Bruggeman V.D. (1935). Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Ann. Phys. (Leipzig)*, 1935, 416, 664. doi: 10.1002/andp.19354160705
7. Landauer R. (1952). The electrical resistance of binary metallic mixtures. *J. Appl. Phys.* 1952, 23, 784. doi:10.1063/1.1702301
8. Straley J.P. (1981). Thermoelectric properties of inhomogeneous materials. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 14 (11), 2101.
9. Halpern V. (1983). *J.Phys.C*, 16, 7, L 217.
10. Bergman D.J., & Levy O. (1991). Thermoelectric properties of a composite medium. *Journal of Applied Physics*, 70 (11), 6821 – 6833.
11. Webman I., Jortner J., & Cohen M.H. (1977). Thermoelectric power in inhomogeneous materials. *Physical Review B*, 16 (6), 2959.
12. Snarskii A.A. (2004). Effective conductivity of 2D macroscopic heterogeneous self-dual media. *Laser physics*, 14 (3), 337 – 343.
13. Keller J.B. (1964). A theorem on the conductivity of a composite medium. *Journal of Mathematical Physics*, 5 (4), 548 – 549.
14. Dykhne A.M. (1971). Conductivity of a two-dimensional two-phase system. *Sov. Phys. JETP*, 32 (1), 63 – 65.
15. Sarychev A.K., Vinogradov A.P. (1983). Effective medium theory for the magnetoconductivity tensor of disordered material. *phys. stat. sol. (b)*, 117, K113-K118. doi: 10.1002/pssb.2221170252

16. Snarskii A.A., Shamonin M., & Yuskevich P. (2021). Effect of magnetic-field-induced restructuring on the elastic properties of magnetoactive elastomers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 517, 167392.
17. Snarskii A.A., Shamonin M., Yuskevich P., Saveliev D.V., & Belyaeva I.A. (2020). Induced anisotropy in composite materials with reconfigurable microstructure: Effective medium model with movable percolation threshold. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 560, 125170.
18. Snarskii A.A., Zorinets D., Shamonin M., & Kalita V.M. (2019). Theoretical method for calculation of effective properties of composite materials with reconfigurable microstructure: Electric and magnetic phenomena. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 535, 122467.
19. Bodnaruk A.V., Kalita V.M., Kulyk M.M., Lozenko A.F., Ryabchenko S.M., Snarskii A.A., & Shamonin M. (2019). Temperature blocking and magnetization of magnetoactive elastomers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 471, 464 – 467
20. Dykhne A.M. (1971). Private communication 1980.

Надійшла до редакції: 21.03.2023.

Snarskii A.O., *D.Sc (Phys and Math), Prof.*,
Ivanova I.M., *PhD (Phys and Math), Ass.Prof.*,
Fedotov V.V., *senior lecturer*

National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",
Prospect Beresteiskyi, 37, Kyiv, 03056, Ukraine
e-mail: asnarskii@gmail.com

THERMOELECTRIC COMPOSITES AND RECIPROCITY RELATIONS

The effective kinetic coefficients in macro-inhomogeneous media, their behavior when changing the concentration of component phases and setting the percolation threshold are considered. Combinations of the effective kinetic coefficients were found for which the reciprocity relations are fulfilled.

Key words: kinetic coefficients, two-phase medium, single-flow systems, thermoEMF.

References

1. Torquato S. (2002). *Random heterogeneous materials. Microstructure and macroscopic properties*, Springer Verlag: New York, USA. doi: 10.1115/1.1483342
2. Balagurov B.Ya. (2015). *Electrophysical properties in composites*. Leland.
3. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Danishevskyy V.V. (2018). *Asymptotical mechanics of composites*, Springer: Cham, Germany. doi: 10.1007/978-3-319-65786-8
4. Choy T.C. (2016). *Effective medium theory: principles and applications*, Oxford University Press: Oxford, UK. doi:10.1093/acprof:oso/9780198705093.001.0001
5. Snarskii A., Bezsudnov I.V., Sevryukov V.A., Morozovskiy A., Malinsky J. (2016). *Transport processes in macroscopically disordered media. From mean field theory to percolation*. Springer Verlag: New York, USA. doi: 10.1007/978-1-4419-8291-9.
6. Bruggeman V.D. (1935). Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen

- Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Ann. Phys. (Leipzig)*, 1935, 416, 664. doi: 10.1002/andp.19354160705
7. Landauer R. (1952). The electrical resistance of binary metallic mixtures. *J. Appl. Phys.* 1952, 23, 784. doi:10.1063/1.1702301
 8. Straley J.P. (1981). Thermoelectric properties of inhomogeneous materials. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 14 (11), 2101.
 9. Halpern V. (1983). *J.Phys.C*, 16, 7, L217.
 10. Bergman D.J., & Levy O. (1991). Thermoelectric properties of a composite medium. *Journal of Applied Physics*, 70 (11), 6821 – 6833.
 11. Webman I., Jortner J., & Cohen M.H. (1977). Thermoelectric power in inhomogeneous materials. *Physical Review B*, 16 (6), 2959.
 12. Snarskii A.A. (2004). Effective conductivity of 2D macroscopic heterogeneous self-dual media. *Laser physics*, 14 (3), 337 – 343.
 13. Keller, J. B. (1964). A theorem on the conductivity of a composite medium. *Journal of Mathematical Physics*, 5 (4), 548 – 549.
 14. Dykhne A.M. (1971). Conductivity of a two-dimensional two-phase system. *Sov. Phys. JETP*, 32 (1), 63 – 65.
 15. Sarychev A.K., Vinogradov A.P. (1983). Effective medium theory for the magnetoconductivity tensor of disordered material. *phys. stat. sol. (b)*, 117, K113-K118. doi: 10.1002/pssb.2221170252
 16. Snarskii A.A., Shamonin M., & Yuskevich P. (2021). Effect of magnetic-field-induced restructuring on the elastic properties of magnetoactive elastomers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 517, 167392.
 17. Snarskii A.A., Shamonin M., Yuskevich P., Saveliev D.V., & Belyaeva I.A. (2020). Induced anisotropy in composite materials with reconfigurable microstructure: Effective medium model with movable percolation threshold. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 560, 125170.
 18. Snarskii A.A., Zorinets D., Shamonin M., & Kalita V.M. (2019). Theoretical method for calculation of effective properties of composite materials with reconfigurable microstructure: Electric and magnetic phenomena. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 535, 122467.
 19. Bodnaruk A.V., Kalita V.M., Kulyk M.M., Lozenko A.F., Ryabchenko S.M., Snarskii A.A., & Shamonin M. (2019). Temperature blocking and magnetization of magnetoactive elastomers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 471, 464-467
 20. Dykhne A.M. (1971). Private communication 1980.

Submitted: 21.03.2023.