

**Головацький В.А., доктор фіз.-мат. наук**

**Головацький І.В.**

**Головацька Н.Г.**

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,

вул. Коцюбинського 2, Чернівці, 58012, Україна

*e-mail: v.holovatsky@chnu.edu.ua*

---

## **ВПЛИВ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ НА ВНУТРІШНЬОЗОННЕ ОПТИЧНЕ ПОГЛИНАННЯ ЛІНЗОПОДІБНИХ КВАНТОВИХ ТОЧОК**

---

*В роботі досліджено вплив електричного поля на енергії, сили осцилятора та коефіцієнт поглинання внутрішньозонних квантових переходів електрона в лінзоподібних квантових точках. Задача розв'язувалась в рамках наближення ефективної маси для двох моделей лінзоподібної квантової точки: кульовий сегмент та половина сплющеного еліпсоїда. Для обох моделей дослідження виконано методом кінцевих елементів в системі COMSOL Multiphysics. Крім цього, для другої моделі квантової точки отримано точні розв'язки рівняння Шредінгера, на основі яких досліджено вплив електричного поля методом діагоналізації. Показано, що енергії та сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів, що отримані різними методами та для різних моделей лінзоподібної квантової точки збігаються з високою точністю.*

**Ключові слова:** лінзоподібна квантова точка, еліпсоїдна квантова точка, коефіцієнт поглинання.

### **Вступ**

Молекулярно-променева епітаксія та колоїдний синтез є на сьогодні основними методами вирощування квантових точок. Кожен з цих методів має свої переваги та недоліки. Основними перевагами колоїдного синтезу є низька вартість та швидкість вирощування, що дозволяє використовувати цей метод у промислових обсягах. Крім цього, однією з переваг колоїдного синтезу є можливість отримання квантових точок правильної сферичної форми. Це робить їх особливо корисними для застосувань, де потрібна висока однорідність та передбачуваність властивостей, наприклад, у біомедичних маркерах, світлодіодах та інших оптоелектронних пристроях. Проста геометрична форма колоїдних квантових точок спрощує теоретичні дослідження їх енергетичного спектру навіть у випадку наявності складної внутрішньої сферично симетричної структури та наявності впливу зовнішніх полів [1–4]. З іншого боку, сферична форма ускладнює інтеграцію квантових точок у нанoeлектронні схеми, де часто потрібне точне вирівнювання та розташування наноструктур. Наприклад, у транзисторах і логічних елементах важливо мати контрольовані інтерфейси та контакти, що складніше досягти з сферичними точками. Сферичні квантові точки можуть мати менший контакт з підкладкою, що може призвести до нестабільності електричних властивостей та зниження ефективності передачі заряду у приладах фотовольтаїки.

Для застосувань у наноелектроніці та цифрових технологіях часто використовуються квантові точки інших форм. Наприклад, циліндричні, пірамідальні або призматичні квантові точки забезпечують надійний контакт з поверхнею, на якій вони вирощені, що важливо для стабільності електричних властивостей наноструктур. Напівсферичні чи лінзоподібні квантові точки поєднують переваги сферичних точок для оптичних застосувань з покращеними властивостями для електронних застосувань завдяки плоскій їх основі, що забезпечує контакт з підкладкою.

Лінзоподібні квантові точки різного напівпровідникового складу отримуються методами самоорганізації при молекулярно-пучковій або крапельній епітаксії [5–6]. Завдяки своїм унікальним фізичним властивостям, вони знаходять застосування у фотонних інтегральних схемах, фотодетекторах, біомедичних застосуваннях, а також у створенні вискоелективних світлодіодів і лазерів. Крім того, квантові точки мають потенціал для використання в квантових обчисленнях, де вони можуть виступати в ролі кубітів, основних елементів квантових комп'ютерів. Вони використовуються як квантові джерела світла для генерації одиничних та заплутаних фотонів, що мають важливе застосування в області безпечного квантового зв'язку та оптичних квантових обчислень [7].

Контроль над розміром, формою та розташуванням квантових точок дозволяє налаштовувати їх спектральні характеристики, що відкриває нові можливості для розробки передових оптоелектронних пристроїв. Таким чином, дослідження та вдосконалення методів вирощування квантових точок є надзвичайно важливими для розвитку сучасних технологій. Дослідження впливу різних факторів на їхні властивості, зокрема електричного поля, дозволяє не лише глибше розуміти фундаментальні фізичні процеси, але й створювати нові, більш ефективні пристрої для різних галузей науки і техніки. Зокрема, результати таких досліджень мають важливе значення для термоелектрики та термофотоелектрики. Вивчення впливу електричного поля на внутрішньозонне поглинання у лінзоподібних квантових точках може сприяти розробці наноструктур, здатних підвищувати ефективність перетворення теплової енергії у світлову чи електричну. У термоелектричних пристроях такі квантові точки можуть бути використані для оптимізації теплопровідності матеріалів і поліпшення енергетичної ефективності [8–9].

Теоретичні дослідження оптичних властивостей лінзоподібних квантових точок виконувались багатьма авторами різними методами [10–13]. В окремому випадку напівсферичних квантових точок можливе отримання точного енергетичного спектру та хвильових функцій, які виражаються через сферичні функції Бесселя що задовольняють граничні умови задачі. Такий набір розв'язків слугує ортонормованим базисом для дослідження впливу різноманітних збурень матричним методом. Наприклад, в роботі [10] Shu-Dong Wu подібним методом дослідив вплив електричного поля (ефект Штарка) на екситонний спектр в напівсферичних квантових точках InAs. Він виявив високоанізотропний ефект Штарка в енергіях екситонного збудження (A highly anisotropic Stark redshift of exciton energy is found). Lopez Gondar з колегами дослідив лінійний та нелінійний вплив магнітного поля на енергетичний спектр та хвильові функції електронів в напівсферичній КТ [11]. В роботі [12] досліджено вплив електричного поля на сили осцилятора квантових переходів в напівсферичних квантових точках  $CdSe/ZnTe$  типу ядро-оболонка II. Причому розрахунки виконувались двома різними методами: матричним методом на ортонормованому базисі хвильових функцій та числовим методом скінченних елементів. В роботі показано, що результати, отримані різними методами збігаються з високою точністю при різних значеннях напруженості електричного поля.

Для теоретичних досліджень оптичних властивостей лінзоподібних квантових точок найчастіше використовують різні методи числового розв'язання рівняння Шредінгера [10–11].

Наприклад, метод скінченних елементів в рамках інтегрованої платформи для числового моделювання COMSOL Multiphysics, в якій можна задавати різноманітні такі форми квантових точок, для яких неможливо отримати розв'язки аналітичними методами.

У даній роботі виконано розрахунок впливу електричного поля на енергетичний спектр електрона в лінзоподібній квантовій точці, енергії, сили осцилятора та правила відбору міжпідзонних квантових переходів. Дослідження виконуються з використанням двох моделей лінзоподібної квантової точки: кульовий сегмент та половина сплющеного еліпсоїда. Відмітимо, що для другої моделі існують точні розв'язки рівняння Шредінгера у вигляді еліптичних функцій. Це дозволяє побудувати ортонормований базис і дослідити вплив електричного поля на енергії та хвильові функції електрона в наноструктурі матричним методом.

## 1. Теорія

Розглянемо дві моделі лінзоподібної квантової точки: кульовий сегмент та половину сплющеного сфероїда, які мають однакову висоту та об'єм (рис. 1).

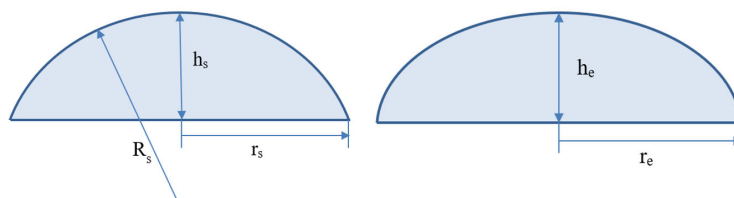


Рис. 1. Геометрична схема лінзоподібної квантової точки: а) кульовий сегмент; б) половина сплющеного сфероїда.

Об'єм кульового сегмента  $V_s$  визначається через висоту  $h_s$  та радіус його основи  $r_s$

$$V_s = \frac{\pi}{6} h (3r_s^2 + h_s^2). \quad (1)$$

Об'єм половини сплющеного сфероїда (еліпсоїда з півосьми  $a = b = r_e, c = h_e$ )

$$V_e = \frac{2\pi}{3} r_e^2 h_e. \quad (2)$$

При заданому співвідношенні між півосьми сфероїда  $\chi = r_e/h_e$ , при умові  $h_e = h_s$  для забезпечення рівності об'ємів обох моделей квантової точки радіус основи кульового сегмента визначається з виразу

$$r_s = h \sqrt{(4\chi^2 - 1)/3}. \quad (3)$$

Як видно з (3) при  $\chi > 1$  отримуємо  $r_s > r_e$ .

Для знаходження енергетичного спектру та хвильових функцій електрона в лінзоподібній квантовій точці поміщеній в однорідне електричне поле, напрямлене вздовж вісі Oz, яка перпендикулярна до основи квантової точки, необхідно розв'язати рівняння Шредінгера з Гамільтоніаном

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + eFz + U(\vec{r}) \quad (4)$$

$$U(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \text{inner of the QD} \\ V_0, & \text{outer of the QD} \end{cases} \quad (5)$$

У відсутності електричного поля та при  $V_0 = \infty$ , подібно до напівсферичних квантових

точок [9], для моделі напівсфероїдної квантової точки існують точні розв'язки рівняння Шредінгера. Енергії електрона в такій квантовій точці можна знайти серед енергетичного спектру електрона в сплюсненому сфероїді [11–13], для яких хвильова функція задовольняє граничні умови, тобто рівна нулю не тільки на поверхні еліпсоїда, але і в площині  $XOY$ .

Набір хвильових функцій  $\Phi_{nlm}(\vec{r})$ , що задовольняють вказані граничні умови утворюють базис, на основі якого матричним методом отримуються розв'язки рівняння (4).

$$\psi_{jm}(\vec{r}) = \sum_{n,l} c_{nlm}^{jm} \Phi_{nlm}(\vec{r}). \quad (7)$$

На основі енергетичного спектра та хвильових функцій електрона  $\psi_{jm}$  можна розрахувати енергії внутрішньозонних квантових переходів електрона в лінзоподібній квантовій точці в електричному полі  $E_{fi} = E_f - E_i$  та їх сили осцилятора

$$F_{fi} = 2m^* E_{fi} |M_{fi}|^2 / \hbar^2, \quad (8)$$

де  $M_{fi} = \langle \psi_f | e z | \psi_i \rangle$  електричний дипольний момент квантового переходу. Результати розрахунку сил осцилятора різних квантових переходів дозволить встановити правила відбору та вплив на них електричного поля.

Для сил осцилятора квантових переходів з основного в різні збуджені квантові стани повинно виконуватись співвідношення

$$\sum_f F_{1f} = 1, \quad (9)$$

яке називають правило сум Томаса-Рейх-Куна. Воно дає можливість контролювати точність числових розрахунків.

Щоб розрахувати зміну оптичного коефіцієнта поглинання через міжпідзонні переходи, ми припускаємо взаємодію поляризованого монохроматичного електромагнітного поля з ансамблем квантових точок. Розрахунок лінійного оптичного коефіцієнта поглинання, що відповідає міжпідзонним оптичним переходам, виконано з використанням виразу, отриманого у рамках підходу компактної матриці густини.

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_r}} \frac{\sigma \hbar \omega \Gamma_{fi} |M_{fi}|^2}{(E_{fi} - \hbar \omega)^2 + (\hbar \Gamma_{fi})^2}, \quad (10)$$

де  $\hbar \omega$  – енергія фотона,  $\mu$  – магнітна проникність,  $\epsilon_r$  – діелектрична проникність,  $\sigma = 1/V_{QD}$  – електронна густина.

## 2. Результати числових розрахунків та їх обговорення

В цьому розділі наведено результати розрахунків впливу електричного поля на сили осцилятора міжпідзонних квантових переходів та коефіцієнт поглинання електромагнітних хвиль виконаних для обох моделей лінзоподібної квантової точки за формулами (8–9). Для моделі у вигляді сферичного сегмента розрахунки енергетичного спектра та хвильових функцій виконувались числовим методом кінцевих елементів в системі COMSOL Multiphysics. Для моделі квантової точки у вигляді сплющеного напівсфероїда результати отримані матричним методом та числовим методом кінцевих елементів збігаються з високою точністю при різних значеннях напруженості електричного поля. Для забезпечення похибки менше 0.5 % в розкладі (7) достатньо враховувати близько 10 доданків, подібно до того, як це продемонстровано для

напівсферичних квантових точок в роботі [12].

Для числових розрахунків використовувались наступні параметри квантової точки: ефективна маса електрона в CdS ( $m^* = 0.15 m_e$ , де  $m_e$  – маса вільного електрона),  $h = h_e = h_s = 10 \text{ nm}$ ,  $V_{QD} = 8377.6 \text{ nm}^3$  – висота та об'єм квантової точки.

В табл. 1 наведено числові значення енергій електрона в станах з  $n = 1 \div 9$  та  $m = 0$ , а на рис. 2 вигляд хвильових функцій перших 6 станів для обох моделей лінзоподібної квантової точки.

Таблиця 1

Енергії електрона в лінзоподібній квантовій точці з  $\chi = 2$  при  $F = 0; \pm 300 \text{ kV/cm}$ .

F(kV/cm)	- 300		0		300	
$E_n^{e,s}$ (meV)	hemiellips.	spher.segm.	hemiellips.	spher.segm.	hemiellips.	spher.segm.
$E_1$	- 127.56	- 124.17	40.31	41.98	156.22	156.92
$E_2$	- 80.85	- 72.14	70.25	74.93	179.42	181.82
$E_3$	- 30	- 18.06	111.59	118.14	217.67	220.99
$E_4$	- 2.62	1.84	136.62	140.03	269.94	272.62
$E_5$	27.35	40.76	164.87	171.68	285.27	287.57
$E_6$	54.82	67.51	185.23	195.51	323.84	331.6
$E_7$	93.45	106.51	230.26	235.5	335.64	336.01
$E_8$	120.76	140.66	244.52	261.27	376.65	389.69
$E_9$	150.26	156.26	290.86	295.98	413.88	410.78

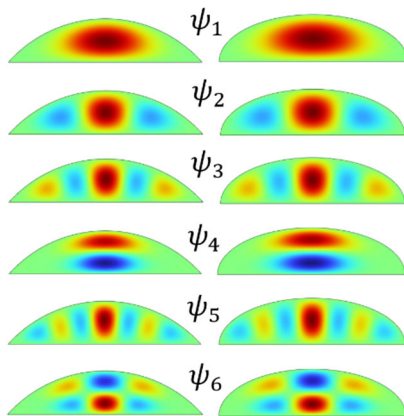


Рис. 2. Вигляд хвильових функцій електрона в станах з  $n = 1 \div 6$  та  $m = 0$ .

З табл. 1 видно, що енергії електрона в сферичному сегменті при різних значеннях напруженості електричного поля більші за відповідні енергії в напівсферіодній квантовій точці. Для збуджених станів різниця в енергіях електрона більша, особливо для тих станів, в яких горби хвильової функції досягають країв квантової точки, де геометрія розглядуваних моделей найбільш відмінна. Під впливом електричного поля напрямленого вдовж осі OZ горби хвильової функції усіх станів зміщуються до плоскої межі квантової точки і різниця  $\delta E = E_1^s - E_1^e$  зменшується (для основного стану  $\epsilon = 0.4 \%$  при  $F = 300 \text{ kV/cm}$ ). У випадку протилежного напрямку електричного поля горби хвильової функції зміщуються до опуклої поверхні квантової точки, які різні в цих моделях і різниця в енергіях зростає (для основного стану  $\epsilon = 2.7 \%$  при  $F = -300 \text{ kV/cm}$ ).

На рис.3 наведено залежність сил осцилятора квантових переходів електрона в лінзоподібній квантовій точці від напруженості електричного поля. Розглядаються лише квантові переходи під дією лінійно поляризованих електромагнітних хвиль. Напрямок поляризації світла збігається з напрямком осі OZ. Залежності  $F_{1-f}(F)$ , що отримані для різних моделей лінзоподібної квантової точки збігаються з високою точністю. Це пояснюється тим, що в дозволених квантових переходах беруть участь лише стани, для яких розбіжності в енергіях та хвильових функціях електрона незначні. Вигляд хвильових функцій електрона в сферичному сегменті в цих станах при  $F = 0; \pm 300 \text{ kV/cm}$  наведено на вставках.

З рисунка видно, що незалежно від величини і напрямку прикладеного електричного поля найбільш ймовірним квантовим переходом електрона з основного стану є перехід в стан з двома горбами, які розміщені вздовж осі OZ. Цей стан характеризується квантовим числом  $n = 4$ , але при зростанні напруженості електричного поля, напрямленого вздовж осі OZ внаслідок ефекту антикросингу енергетичних рівнів квантове число цього стану стає рівним 5. Наступним станом, в який можливий квантовий перехід електрона є стан з  $n = 6$ . При відсутності електричного поля сума сил осцилятора у стани  $n = 4$  та  $n = 6$  складає 0.98, тобто ймовірність інших квантових переходів надзвичайно мала. При  $F > 0$  сила осцилятора квантового переходу  $F_{1-4}$  спадає, а  $F_{1-6}$  зростає. Внаслідок ефекту антикросингу при  $F = 350 \text{ kV/cm}$  перехід  $1 \rightarrow 6$  замінюється переходом  $1 \rightarrow 7$ . При зростанні напруженості електричного поля напрямленого протилежно до вісі OZ ( $F < 0$ ) сила осцилятора  $F_{1-6}$  спадає до нуля, але зростає ймовірність квантового переходу в стан з трьома горбами вздовж осі OZ ( $n = 9$ ). При збільшенні величини напруженості електричного поля зростають ймовірності квантових переходів у вищі збуджені стани. Сумарна ймовірність таких переходів при  $F = 400 \text{ kV/cm}$  досягає 15–20 %.

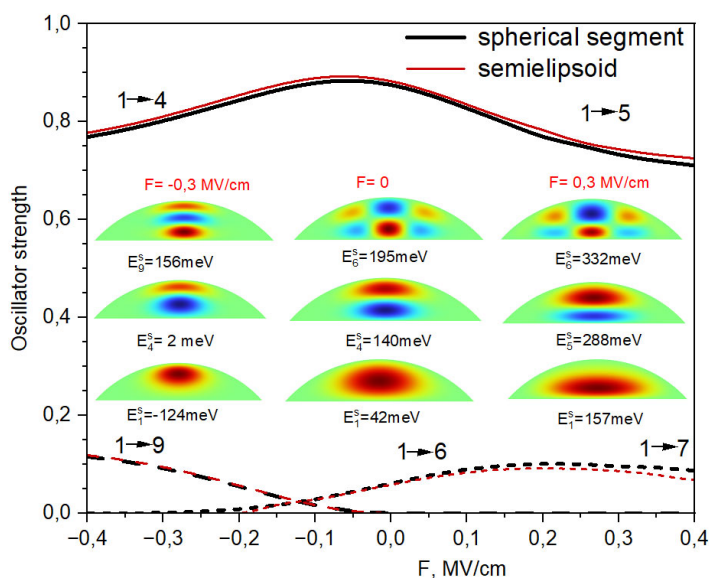


Рис. 3. Залежність сил осцилятора внутрішньозонних квантових переходів електрона в лінзоподібній квантовій точці від напруженості електричного поля (чорні лінії – сферичний сегмент; червоні лінії – напівсфероїдна квантова точка).

На рис. 4 наведено залежність енергій найбільш ймовірних квантових переходів електрона від напруженості електричного поля. Вигляд хвильових функцій електрона в напівеліпсоїдній квантовій точці при  $F = 0; \pm 300 \text{ kV/cm}$  наведено на вставках. При збільшенні величини напруженості електричного поля енергії квантових переходів зростають.

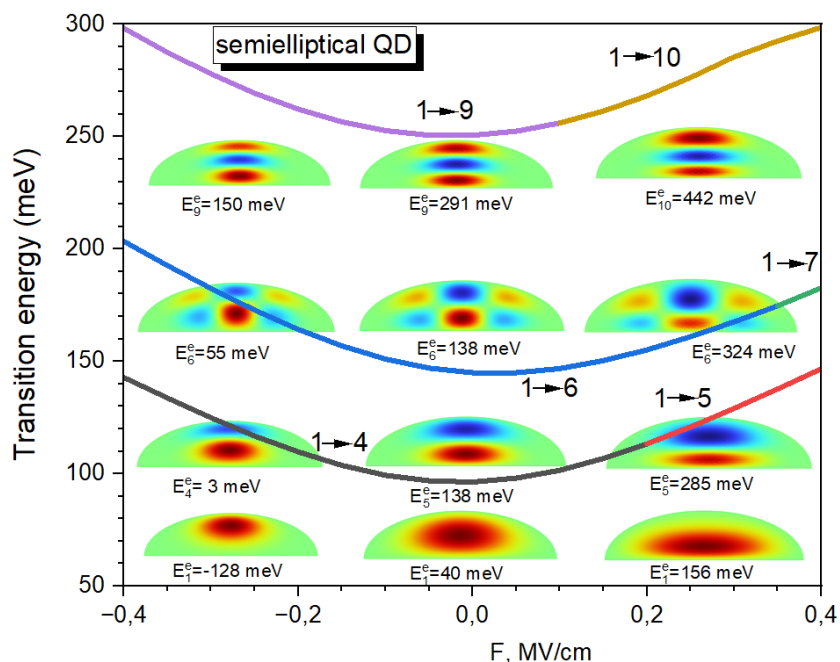


Рис. 4. Залежність енергій внутрішньозонних квантових переходів електрона в лінзоподібній квантовій точці від напруженості електричного поля.

На рис. 5 та рис. 6 наведено залежності енергетичного спектра та сил осциляторів квантових переходів електрона від співвідношення висоти квантової точки до радіуса її основи  $\chi = r_e/h_e$ .

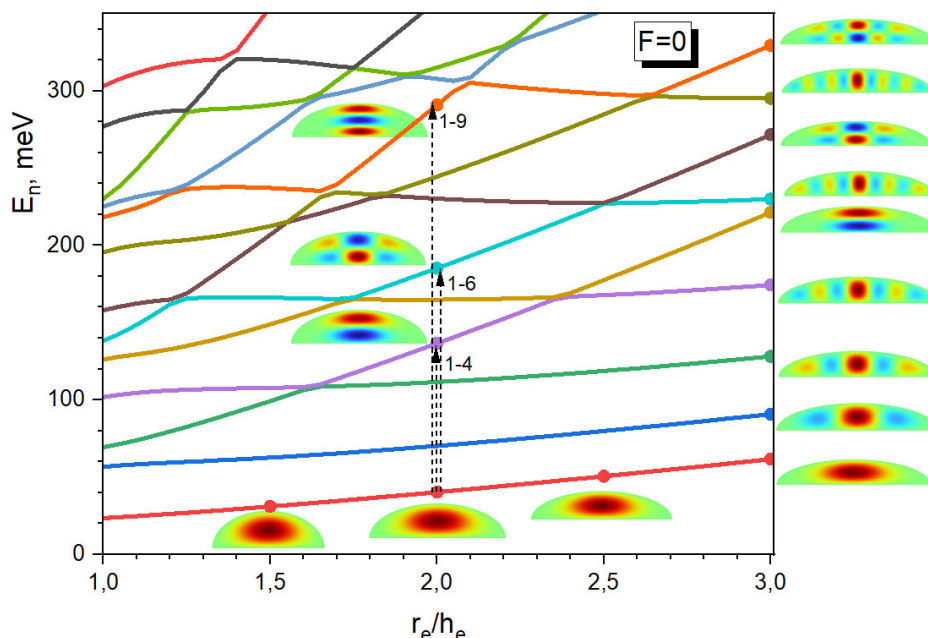


Рис. 5. Залежність енергій електрона в лінзоподібній квантовій точці від  $\chi = r_e/h_e$ .

З рис. 5 видно, що енергії станів з  $n = 4, 6, 9$ , в які найбільш ймовірні переходи електрона, збудженого лінійно поляризованою електромагнітною хвилею, різко зростають при збільшенні сплюснутості квантової точки. При цьому зростає і швидко виходить на насичення залежність сили осцилятора основного квантового переходу від співвідношення  $\chi$ . В області  $1 < \chi < 1.5$

висока ймовірність квантового переходу в перший збуджений стан ( $n = 2$ ), а сила осцилятора  $F_{1-5} \rightarrow 0$  при  $\chi \rightarrow 1$ .

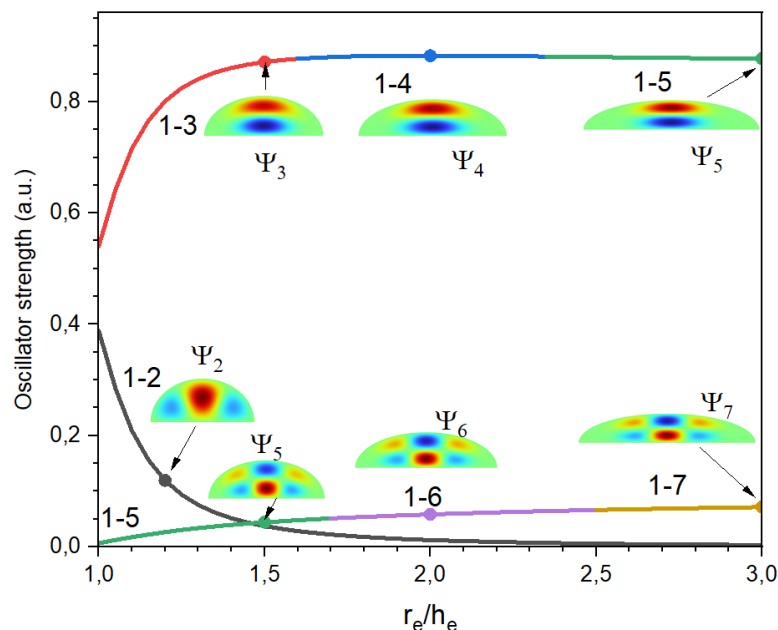


Рис. 6. Залежність сил осцилятора квантових переходів електрона в лінзоподібній квантовій точці від співвідношення  $\chi = r_e/h_e$ .

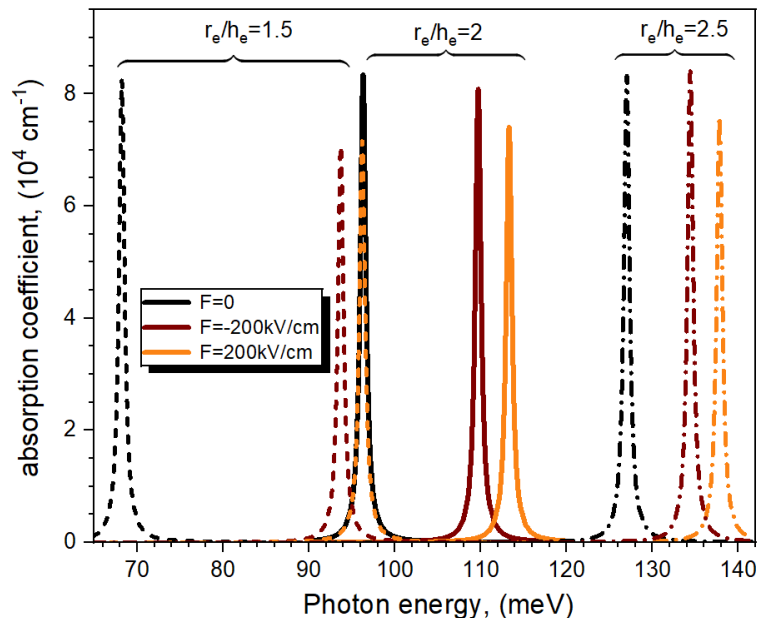


Рис. 7. Залежність лінійного коефіцієнта поглинання  $\alpha^{(1)}(\omega)$  від енергії електромагнітної хвилі при  $\chi = r_e/h_e = 1.5; 2; 2.5$  та  $F = 0; \pm 200 \text{ kV/cm}$ .

На рис. 7 наведено залежність коефіцієнта поглинання від енергії електромагнітної хвилі для лінзоподібної квантової точки при  $\chi = 1.5; 2; 2.5$ ,  $F = 0; \pm 200 \text{ kV/cm}$  та  $\hbar \cdot \Gamma_{if} = 1 \text{ meV}$ . При цьому у формулі (10) для розрахунку коефіцієнта поглинання враховано лише квантовий перехід, що має найбільшу силу осцилятора. Різним кольором позначено піки поглинання при різних

значеннях напруженості електричного поля, а різним типом ліній позначено піки поглинання квантовими точками з різним значенням параметра  $\chi$ . Пік поглинання у відсутності електричного поля для масиву квантових точок з  $\chi = 2$  наведено чорною суцільною лінією.

Як видно з рис.7 висота піків не залежить від коефіцієнта  $\chi$  та несуттєво зменшується під впливом електричного поля (це узгоджується з рис. 3. та рис. 6). Під впливом електричного поля піки зсуваються в область більших енергій, що узгоджується з рис. 4.

## Висновки

В роботі виконано теоретичні дослідження впливу електричного поля на оптичні властивості лінзоподібних квантових точок в рамках в наближення ефективної маси. Дослідження виконано з використанням двох моделей лінзоподібної квантової точки: сферичний сегмент та напівеліпсоїдна квантова точка. Для знаходження енергетичних рівнів та хвильових функцій електрона використано метод розкладу хвильової функції на базисі точних розв'язків рівняння Шредінгера без електричного поля, а також числовий метод скінченних елементів в системі COMSOL Multiphysics. Показано, що енергії та сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів внаслідок поглинання лінійно поляризованого світла, що отримані для різних моделей лінзоподібної квантової точки однакового об'єму та висоти, збігаються з великою точністю.

Збільшення сплюснутості квантової точки при незмінному її об'ємі приводить до зсуву піків поглинання в область вищих енергій, але не впливає на сили осцилятора квантових переходів. Під дією електричного поля піки поглинання також зсуваються в область вищих енергій, але при цьому зменшується сила осцилятора квантових переходів.

## Література

1. Holovatsky V., Chubrei M., Yurchenko O. (2021) Impurity Photoionization Cross-Section and Intersubband Optical Absorption Coefficient in Multilayer Spherical Quantum Dots. *Phys Chem solid state*. 4 (4), 630–637.
2. Holovatsky V., Holovatskyi I., Yakhnevych M. (2018) Joint effect of electric and magnetic field on electron energy spectrum in spherical nanostructure *ZnS/CdSe/ZnS*. *Phys E Low-Dimensional Syst Nanostructures*. 104, 58–63.
3. Holovatsky V., Chubrei M., Duque C. (2022) Core-shell type-II spherical quantum dot under externally applied electric field. *Thin Solid Films*. 747, 139142.
4. Holovatsky V., Holovatska N., Chubrei M. (2021) Optical absorption, photoionization and binding energy of shallow donor impurity in spherical multilayered quantum dot. *Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering*. 12126, 1212603. doi:10.1117/12.2614673
5. Gurioli M., Wang Z., Rastelli A., Kuroda T., Sanguinetti S. (2019) Droplet epitaxy of semiconductor nanostructures for quantum photonic devices. *Nat Mater*. 18 (8), 799–810.
6. Nemcsics A. Quantum Dots Prepared by Droplet Epitaxial Method. In: *Quantum Dots – Theory and Applications*. InTech; 2015:119 – 148. doi:10.5772/60823
7. Li R., Liu F., Lu Q. (2023) Quantum Light Source Based on Semiconductor Quantum Dots: A Review. *Photonics*. 10 (6), 639.
8. Lorenzi B, Chen G. (2018) Theoretical efficiency of hybrid solar thermoelectric-photovoltaic generators. *J Appl Phys.*, 124 (2), 0–13.
9. Urban JJ. (2015) Prospects for thermoelectricity in quantum dot hybrid arrays. *Nat Publ Gr*. 10 (12), 997–1001.

10. Wu S. (2021) Anisotropic exciton Stark shift in hemispherical quantum dots. *Chinese Phys B*. 30 (5), 053201.
11. Lopez Gondar J., Costa B., Trallero-Giner C., Marques G. (2002) Zeeman Effect in Self-Assembled Quantum Dots. *Phys status solidi*. 230 (2), 437–442.
12. Holovatsky, V. A., Holovatskyi, I. V., & Duque, C. A. (2024). Electric field effect on the absorption coefficient of hemispherical quantum dots. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 1–11.
13. Cantele G., Ninno D., Iadonisi G. (2000) Confined states in ellipsoidal quantum dots. *J Phys Condens Matter*. 12 (42), 9019–9036.
14. Cantele G., Ninno D., Iadonisi G. (2001) Calculation of the Infrared Optical Transitions in Semiconductor Ellipsoidal Quantum Dots. *Nano Lett*. 1 (3), 121–124.
15. Héritilli S., Yahyaoui N., Zeiri N., Baser P., Said M., Saadaoui S. (2024) Theoretical modeling of nonlinear optical properties in spheroidal CdTe/ZnTe core/shell quantum dot embedded in various dielectric matrices. *Results Phys*. 56.

Надійшла до редакції: 13.03.2024.

**V.A. Holovatsky, DSc. (Phys-Math)**

**I.V. Holovatskyi,**

**N.H. Holovatska**

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University,  
2 Kotsiubynskyi str., Chernivtsi, 58012, Ukraine  
*e-mail: v.holovatsky@chnu.edu.ua*

## **ELECTRIC FIELD EFFECT ON THE INTRABAND OPTICAL ABSORPTION SPECTRA IN OF THE LENS-SHAPED QUANTUM DOTS**

*The study investigates the influence of an electric field on the energies, oscillator strengths, and absorption coefficients of intraband quantum transitions of an electron in lens-shaped quantum dots. The problem was solved within the framework of the effective mass approximation for two models of lens-shaped quantum dots: a spherical segment and a hemiellipsoid. For both models, the research was conducted using the finite element method in the COMSOL Multiphysics system. Additionally, for the second quantum dot model, exact solutions of the Schrödinger equation were obtained, based on which the influence of the electric field was studied using the diagonalization method. It was shown that the energies and oscillator strengths of intraband quantum transitions obtained by different methods and for different models of lens-shaped quantum dots coincide with high accuracy.*

**Key words:** lens-shaped quantum dot, ellipsoidal quantum dot, absorption coefficient.

### **References**

1. Holovatsky V., Chubrei M., Yurchenko O. (2021) Impurity Photoionization Cross-Section and Intersubband Optical Absorption Coefficient in Multilayer Spherical Quantum Dots. *Phys Chem solid state*. 4 (4), 630–637.
2. Holovatsky V., Holovatskyi I., Yakhnevych M. (2018) Joint effect of electric and magnetic field on

electron energy spectrum in spherical nanostructure  $ZnS/CdSe/ZnS$ . *Phys E Low-Dimensional Syst Nanostructures*. 104, 58–63.

3. Holovatsky V., Chubrei M., Duque C. (2022) Core-shell type-II spherical quantum dot under externally applied electric field. *Thin Solid Films*. 747, 139142.
4. Holovatsky V., Holovatska N., Chubrei M. (2021) Optical absorption, photoionization and binding energy of shallow donor impurity in spherical multilayered quantum dot. *Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering*. 12126, 1212603. doi:10.1117/12.2614673
5. Gurioli M., Wang Z., Rastelli A., Kuroda T., Sanguinetti S. (2019) Droplet epitaxy of semiconductor nanostructures for quantum photonic devices. *Nat Mater*. 18 (8), 799–810.
6. Nemcsics A. Quantum Dots Prepared by Droplet Epitaxial Method. In: *Quantum Dots – Theory and Applications*. InTech; 2015:119–148. doi:10.5772/60823
7. Li R., Liu F., Lu Q. (2023) Quantum Light Source Based on Semiconductor Quantum Dots: A Review. *Photonics*. 10 (6), 639.
8. Lorenzi B., Chen G. (2018) Theoretical efficiency of hybrid solar thermoelectric-photovoltaic generators. *J Appl Phys.*, 124 (2), 0–13.
9. Urban JJ. (2015) Prospects for thermoelectricity in quantum dot hybrid arrays. *Nat Publ Gr*. 10 (12), 997–1001.
10. Wu S. (2021) Anisotropic exciton Stark shift in hemispherical quantum dots. *Chinese Phys B*. 30 (5), 053201.
11. Lopez Gondar J., Costa B., Trallero-Giner C., Marques G. (2002) Zeeman Effect in Self-Assembled Quantum Dots. *Phys status solidi*. 230 (2), 437–442.
12. Holovatsky, V. A., Holovatskyi, I. V., & Duque, C. A. (2024). Electric field effect on the absorption coefficient of hemispherical quantum dots. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 1–11.
13. Cantele G., Ninno D., Iadonisi G. (2000) Confined states in ellipsoidal quantum dots. *J Phys Condens Matter*. 12 (42), 9019–9036.
14. Cantele G., Ninno D., Iadonisi G. (2001) Calculation of the Infrared Optical Transitions in Semiconductor Ellipsoidal Quantum Dots. *Nano Lett*. 1 (3), 121–124.
15. Hértilli S., Yahyaoui N., Zeiri N., Baser P., Said M., Saadaoui S. (2024) Theoretical modeling of nonlinear optical properties in spheroidal  $CdTe/ZnTe$  core/shell quantum dot embedded in various dielectric matrices. *Results Phys*. 56.

Submitted: 13.03.2024.