

Куліш В.В. (<https://orcid.org/0000-0003-0302-7009>),
Єрьомін С.І. (<https://orcid.org/0009-0004-2631-1373>)

Національний технічний університет України «Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського», просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна

Corresponding author: Єрьомін С.І., e-mail: s.yeromin.ua@gmail.com

Теорія дипольно-обмінних спінових хвиль у феромагнітній нанотрубі за наявності термоелектрично індукованого спин-переносного моменту

В роботі представлено теоретичне дослідження дипольно-обмінних спінових хвиль у провідній феромагнітній нанотрубі, що перебуває під дією поздовжнього температурного градієнта. Температурний градієнт завдяки ефекту Зеєбека генерує електричний струм, який у феромагнетику стає спин-поляризованим та зумовлює виникнення спин-переносного моменту, що діє на намагніченість. Динаміка намагніченості описується в межах формалізму Ландау–Ліфшиця–Гільберта, доповненого членами спин-переносного моменту у формі Zhang–Li, які відповідають адіабатичному та неадіабатичному спин-переносу. Отримано аналітичне дисперсійне співвідношення для спінових хвиль у тонкостінній нанотрубі з одновісною магнітною анізотропією з урахуванням як обмінної, так і диполь-дипольної взаємодії. Показано, що термоелектрично індукований спин-поляризований струм призводить до появи доплероподібного зсуву у спектрі спінових хвиль та змінює ефективне загасання. Визначено критичне значення температурного градієнту, за якого неадіабатичний спин-переносний момент компенсує власне гільбертівське загасання, з подальшою генерацією спінових хвиль. Чисельні оцінки для нанотрубок з пермалою показують, що зазначений ефект може бути суттєвим за експериментально досяжних параметрів. Отримані результати виявляють прямий зв'язок між термоелектричним переносом заряду та динамікою спінових хвиль у викривлених магнітних наноструктурах, що підкреслює потенціал феромагнітних нанотрубок як елементів спин-калоритронних та термоелектричних пристроїв.

Ключові слова: спінова хвиля; наномagnetизм; дипольно-обмінна теорія; феромагнітна нанотрубка; одновісна магнітна анізотропія; спин-поляризований струм; термоелектрика; спин-перенос; ефект Зеєбека.

Цитування: Куліш В.В., Єрьомін С.І. (2026). Теорія дипольно-обмінних спінових хвиль у феромагнітній нанотрубі за наявності термоелектрично індукованого спин-переносного моменту. *Термоелектрика*, (2), 15–39. <https://doi.org/10.63527/1607-8829-2026-2-15-39>

Отримано: 20.04.2026; Переглянуто: 05.05.2026; Опубліковано: 30.06.2026

© 2026 Автори. Це стаття з відкритим доступом, що розповсюджується відповідно до умов ліцензії Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Вступ

Спінові хвилі (магнони) у магнітно впорядкованих середовищах залишаються предметом постійного теоретичного та експериментального інтересу через їх фундаментальне значення та потенційне застосування (зокрема, в магنونіці та спінтроніці) [1, 2]. У нанорозмірних магнітних системах властивості спінових хвиль сильно залежать від геометрії, граничних умов, обмінної взаємодії, диполь-дипольної взаємодії, магнітної анізотропії та ефектів дисипації [1–3]. Зокрема, наносистеми, що мають одновісну трансляційну симетрію, такі як магнітні нанодроти та нанотрубки, являють собою важливий клас хвилеводних структур для спінових збуджень.

Магнітні нанотрубки були синтезовані відносно недавно і вже продемонстрували перспективні застосування в наномagnetизмі та магнітобіології [4, 5]. Однак, порівняно з тонкими плівками та планарними багатшаровими матеріалами, явища спін-хвиль у нанотрубках залишаються менш вивченими. У попередніх роботах авторів спінові хвилі дипольного обміну у феромагнітних нанотрубках круглого та еліптичного поперечних перерізів за наявності спінового струму [6, 7] досліджувалися в рамках лінеаризованого рівняння Ландау-Ліфшиця в магнітостатичному наближенні. У цих дослідженнях вплив спін-поляризованого електричного струму було враховано через член спін-переносного моменту Слончевського-Бергера [8, 9], оскільки вважалося, що спіновий струм генерується зовнішнім прикладеним електричним струмом. Однак в останні роки значна увага приділяється термічно зумовленим явищам спін-переносу, включаючи індукований Зеебеком спін-поляризований зарядовий струм, спін-ефект Зеебека та пов'язані з ним спін-калоритронні ефекти [10–12]. У провідному феромагнетикі, що піддається дії градієнта температури, виникає електричний струм внаслідок ефекту Зеебека. Якщо електрони провідності спін-поляризовані, цей термоелектричний струм супроводжується спіновим струмом, який може створювати спін-переносний момент на локальну намагніченість [13, 14]. Таким чином, градієнт температури може опосередковано впливати на динаміку спінових хвиль через індукований Зеебеком спіновий струм.

З точки зору термоелектрики, магнітні наноструктури часто працюють в умовах неоднорідного розподілу температури [15]. Однак, наскільки нам відомо, систематична теорія спінових хвиль дипольного обміну у феромагнітній нанотрубці, що керується термоелектрично індукованим спін-поляризованим струмом, досі відсутня.

З точки зору застосування, можливість керування спектром спін-хвиль за допомогою градієнта температури має відношення до кількох напрямків струму в магنونіці [1, 16]. Налаштування частоти та невзаємне поширення важливі для реконфігурованих магنونних хвилеводів, спрямованих відгалужувачів та діодоподібних елементів, тоді як керування ефективним загасанням безпосередньо пов'язане з посиленням спін-хвиль, компенсацією втрат та автоколивальними магنونними джерелами. Ці функції, у свою чергу, становлять інтерес для логіки спін-хвиль, інтерферометричної обробки, резервуарних обчислень та інших малопотужних магنونних схем обробки інформації [1, 16–19]. Нещодавні дорожні карти з магنونіки та

3D-наномагнетизму також підкреслюють циліндричні та криволінійні магнітні архітектури як перспективні платформи для хвилеводу, порушення симетрії та невзаємного переносу спин-хвиль.

Метою цієї роботи є розробка теорії спінових хвиль дипольно-обмінного обміну в одновісній ферромагнітній нанотрубці за наявності спінового струму, індукованого осовим градієнтом температури. Ми розглядаємо одношарову ферромагнітну нанотрубку, в якій градієнт температури генерує електричний струм через ефект Зеебека; цей струм, будучи спин-поляризованим, створює спин-переносний момент, який враховується в лінеаризованому рівнянні Ландау-Ліфшиця. Враховуються обмінна взаємодія, диполь-дипольна магнітна взаємодія, одновісна анізотропія та гілбертівське загасання. Використовуючи магнітостатичне наближення, ми виводимо рівняння для магнітного потенціалу спінових збуджень та отримуємо дисперсійне співвідношення для таких хвиль.

Особлива увага приділяється впливу градієнта температури на дійсну та уявну частини частоти спінової хвилі. Ми показуємо, що градієнт температури змінює як дійсну частину частоти (доплерівський зсув), так і ефективне загасання спінової хвилі; ми виводимо умову, за якої термоелектрично індукований спин-переносний момент компенсує власну дисипацію, що призводить до посилення або генерації спінової хвилі. Таким чином, у цій роботі встановлюється теоретичний зв'язок між термоелектричним транспортом та динамікою спінових хвиль у циліндричних ферромагнітних наноструктурах.

Постановка проблеми

Розглянемо ферромагнітну нанотрубку, довжина якої значно більша за її зовнішній радіус, так що систему можна вважати такою, що має одновимірну трансляційну симетрію вздовж своєї осі. Вважається, що нанотрубка складається з одновісного ферромагнетика типу «легка вісь». Легка вісь ферромагнетика спрямована вздовж осі симетрії нанотрубки. Для зручності ми виберемо цей напрямок як вісь Oz циліндричної системи координат, див. рис. 1.

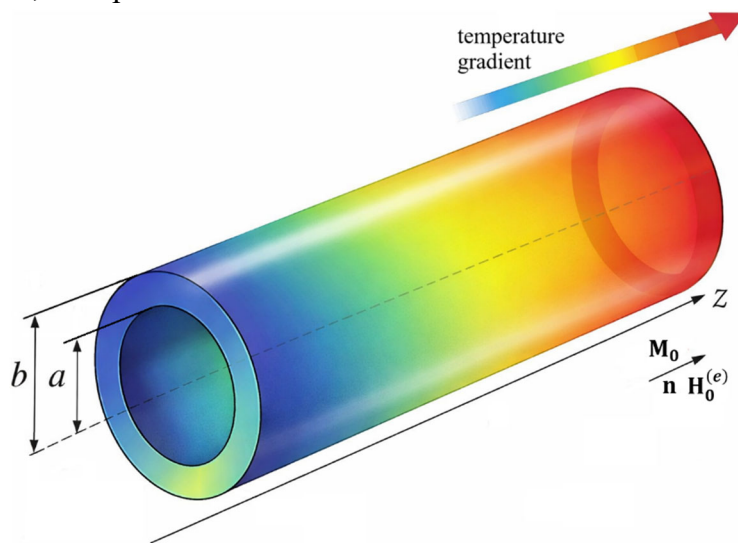


Рис. 1. Нанотрубка, досліджена в статті

Нанотрубка розміщена в зовнішньому однорідному магнітному полі $\mathbf{H}_0^{(e)}$, спрямованому вздовж тієї ж осі. За цих умов рівноважна намагніченість $\mathbf{M}_0$ феромагнетика також спрямована вздовж осі нанотрубки. Ми припускаємо, що феромагнітний матеріал характеризується константою обмінної взаємодії α , параметром одновісної анізотропії β , намагніченістю насичення M_0 та гіромагнітним співвідношенням γ . Дисипативні ефекти враховуються за допомогою параметра гілбертівського загасання α_G .

Ми розглядаємо градієнт температури ∇T , прикладений вздовж осі нанотрубки. Нанотрубка вважається частиною замкнутого термоелектричного кола, так що градієнт температури генерує стаціонарний електричний струм через ефект Зеебека [13, 14]. Оскільки електричний транспорт у феромагнетику залежить від спіну, термоелектричний транспорт необхідно описувати в рамках двострумової моделі, в якій електрони зі спіном, паралельним та антипаралельним до намагніченості, поширюються в окремих транспортних каналах, що характеризуються різною провідністю та термоЕРС.

У цій двострумовій моделі для замкнутого кола густини електричного струму для двох спінових каналів такі

$$j_{\uparrow} = -\sigma_{\uparrow} S_{\uparrow} \nabla T, \quad j_{\downarrow} = -\sigma_{\downarrow} S_{\downarrow} \nabla T,$$

де $\sigma_{\uparrow}$, $\sigma_{\downarrow}$ та $S_{\uparrow}$, $S_{\downarrow}$ – це провідності та коефіцієнти Зеебека для більшості та меншості спінових каналів відповідно. Тут ми використовуємо ідеальне наближення короткого замикання та нехтуємо самоузгодженням електростатичним полем. Повна густина електричного струму в нанотрубці становить $J = j_{\uparrow} + j_{\downarrow}$, а відповідна густина спінового струму (точніше, спин-поляризованого струму заряду) $J_s = j_{\uparrow} - j_{\downarrow}$.

В результаті термоелектричний струм у провідному феромагнетику, як правило, має спінову поляризацію. Ступінь спінової поляризації термоелектричного струму можна характеризувати параметром

$$P_T = \frac{j_{\uparrow} - j_{\downarrow}}{j_{\uparrow} + j_{\downarrow}}.$$

Таким чином, термоелектричний струм, що протікає вздовж осі нанотрубки, несе спіновий кутовий момент і може взаємодіяти з намагніченістю феромагнетика через механізм спин-переносного моменту.

Можливим додатковим внеском у спіновий перенос у розглянутій системі є чисто магнетонний спіновий струм, що генерується градієнтом температури (спіновий ефект Зеебека). На відміну від електронно-опосередкованого спінового струму, про який йшлося вище, цей струм не пов'язаний з переносом заряду та переноситься нерівноважними магнетонами. У дифузійному наближенні такий струм зазвичай описується співвідношенням

$$j_m = -\sigma_m \nabla \mu_m - \zeta_m \nabla T,$$

де σ_m – спінова провідність магнетонів, μ_m – хімічний потенціал магнетонів, а ζ_m – коефіцієнт Зеебека спіну магнетонів. Якщо накопичення магнетонів слабке, цей вираз зводиться до

$$j_m \approx -\zeta_m \nabla T.$$

Однак, на відміну від спін-поляризованого електричного струму, магнетонний струм робить внесок у локальну динаміку намагніченості лише через свою неоднорідність, тобто через $\text{div} j_m$, або через між фазну спінову конверсію. Тому в достатньо однорідній провідній нанотрубі з приблизно рівномірним осьовим градієнтом температури його вплив додатково зменшується на коефіцієнт d/L_{rel} , де d – товщина стінки нанотрубки, а L_{rel} – характерна довжина релаксації магнетонів. Таким чином, внеском магнетонів можна знехтувати, коли

$$\frac{2e}{\hbar} \frac{\zeta_m}{P_T \sigma S} \frac{d}{L_{\text{rel}}} \ll 1,$$

де P_T , σ , та S характеризують термоелектрично індукований спін-поляризований електричний струм. Ця умова зазвичай виконується для тонких металевих нанотрубок з високою електропровідністю, помірною термоелектричною спіноюю поляризацією та слабкою аксіальною неоднорідністю магнетонної підсистеми. Отже, в першому наближенні доцільно обмежити аналіз електронно-опосередкованим термоелектричним спін-переносним механізмом.

Зазначимо, що наявність вищезгаданого поздовжнього електричного струму генерує магнітне поле, яке в загальному випадку слід враховувати, додаючи відповідний член до зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}_0^{(e)}$. Це власне поле, очевидно, є азимутальним і неоднорідним (монотонно зростає від 0 на внутрішній поверхні нанотрубки до максимального значення $H_\phi^{\text{max}} = \frac{2\pi J_z (b^2 - a^2)}{bc}$ на зовнішній поверхні, де c – швидкість світла у вакуумі). Припустимо, що зовнішнє магнітне поле та рівноважна намагніченість $\mathbf{M}_0$ мають достатньо великі значення, щоб $H_\phi^{\text{max}} \ll H_0^{(e)}$, $H_\phi^{\text{max}} \ll 4\pi M_0$. За цих умов власним полем можна знехтувати, що суттєво спрощує дослідження. Враховуючи співвідношення $J = -(\sigma_\uparrow S_\uparrow + \sigma_\downarrow S_\downarrow) \nabla T = -\sigma S \nabla T$ (тут σ – повна електропровідність, а S – повний коефіцієнт Зебека), можна отримати, що власним полем можна знехтувати, якщо співвідношення для градієнта температури

$$\frac{2\pi\sigma S(b^2 - a^2)}{bc} \nabla T \ll H_0^{(e)}, \quad \frac{2\pi\sigma S(b^2 - a^2)}{bc} \nabla T \ll 4\pi M_0$$

виконуються.

Дослідимо спінові хвилі, що поширюються вздовж осі нанотрубки, описаної вище. Оскільки система, що розглядається, має нанорозміри, обмінна взаємодія може суттєво впливати на спектр спінових хвиль. Тому опис спінових хвиль повинен включати як магнітну диполь-дипольну взаємодію, так і обмінну взаємодію. Відповідні збудження, таким чином, описуються в рамках теорії спінових хвиль дипольно-обмінного типу.

Використаємо лінеаризовану теорію спінових хвиль і, таким чином, розглянемо малі відхилення намагніченості від її рівноважного значення. Намагніченість спінової хвилі $\mathbf{m}$ та магнітне поле хвилі $\mathbf{h}$ вважаються малими збуреннями рівноважної

намагніченості $\mathbf{M}_0$ та рівноважного внутрішнього магнітного поля $\mathbf{H}_0^{(i)}$ відповідно. Таким чином, повну намагніченість та внутрішнє магнітне поле можна записати як

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}, |\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$$
$$\mathbf{H}^{(i)} = \mathbf{H}_0^{(i)} + \mathbf{h}, |\mathbf{h}| \ll |\mathbf{H}_0^{(i)}|$$

що дозволяє застосувати лінеаризовану теорію спінових хвиль.

У теоретичному описі системи вплив термоелектричного струму враховується через член спин-переносного моменту в рівнянні Ландау-Ліфшиця. На відміну від випадку зовнішнього введення електричного струму, розглянутого в попередніх дослідженнях [6, 7], струм у цій системі виникає через градієнт температури завдяки ефекту Зеєбека. Отже, густина електричного струму в нанотрубці визначається параметрами термоелектричного переносу матеріалу.

Головною метою запропонованої статті є дослідження спінових хвиль дипольного обміну, що поширюються вздовж осі ферромагнітної нанотрубки за наявності спінового струму, індукованого градієнтом температури. У рамках лінеаризованого рівняння Ландау-Ліфшиця в магнітостатичному наближенні ми виводимо рівняння для магнітного потенціалу спінових збуджень у такій системі та отримуємо дисперсійне співвідношення для відповідних спінових хвиль. Особлива увага приділяється впливу термоелектрично індукованого спінового струму на динаміку спінових хвиль, включаючи ефективне загасання спінових хвиль та умови їх підсилення та генерації.

Система рівнянь для спінової хвилі

Для опису спінових хвиль у розглянутій системі скористаємося рівнянням Ландау-Ліфшиця для вектора намагніченості. За відсутності спінового струму та дисипації це рівняння можна записати у вигляді [20]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}],$$

де γ – гіромагнітне співвідношення, а $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ – ефективне магнітне поле всередині ферромагнетика. Після врахування магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії, магнітної анізотропії та зовнішнього магнітного поля можна отримати ефективне поле у вигляді

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}^{(i)} + \alpha \Delta \mathbf{M} + \beta \mathbf{n}(\mathbf{M} \mathbf{n}).$$

Тут $\mathbf{n}$ – одиничний вектор, спрямований вздовж осі анізотропії (у нашому випадку збігається з одиничним вектором $\mathbf{e}_z$).

Розглянемо дисипацію енергії в системі, ввівши член гільбертівського загасання

$$\mathbf{T}_G = \frac{\alpha_G}{M} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right],$$

та вплив спінового струму на динаміку намагнічування – шляхом введення члена спін-переносного моменту у формі Zhang-Li.

На відміну від попередніх робіт авторів [6, 7], де вважалося, що спін-поляризований струм прикладається зовні електричним спін-поляризованим струмом, у цій системі спін-поляризований струм виникає завдяки ефекту Зеєбека. У рамках моделі, описаної в попередньому розділі, густину спін-поляризованого зарядового струму J_s можна виразити як

$$J_s = P_T J = \frac{\sigma_{\uparrow} S_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow} S_{\downarrow}}{\sigma_{\uparrow} S_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow} S_{\downarrow}} J = -(\sigma_{\uparrow} S_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow} S_{\downarrow}) \nabla T, \quad (1)$$

де P_T – це параметр термоелектричної спін-поляризації, визначений у попередньому розділі.

У попередніх роботах авторів вплив спін-поляризованого струму на динаміку намагніченості описувався за допомогою члена спін-переносного моменту Слончевського-Бергера [6, 7]

$$\mathbf{T}_{SB} = \frac{\varepsilon \gamma \hbar J}{2e M_0^2 d} [\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{e}_p)],$$

де J – густина струму, d – ефективна товщина магнітного шару, $\mathbf{e}_p$ – одиничний вектор спінової поляризації інжектованих носіїв заряду, а ε – ефективність спін-переносу. Така форма є природною для магнітних багат шарових структур та систем типу спін-клапан, де струм спочатку проходить через поляризуючий магнітний шар, а потім потрапляє в інший феромагнітний шар, динаміка намагнічування якого досліджується. У цій ситуації крутний момент виникає внаслідок поглинання поперечної складової інжектованого спінового струму на межі розділу з феромагнетиком. Іншими словами, лише та частина спіну носія, яка не колінеарна з локальною намагніченістю, може передавати поперечний кутовий момент і створювати крутний момент на магнітній підсистемі. Якщо напрямок поляризації $\mathbf{e}_p$ паралельний намагніченості, подвійний векторний добуток зникає, і крутний момент Слончевського-Бергера відсутній.

Однак для наносистеми, що розглядається в цій статті, ця фізична картина не реалізується. Ми вивчаємо окрему провідну феромагнітну нанотрубку, в якій струм генерується термоелектрично градієнтом температури, прикладеним вздовж осі нанотрубки. Такий струм не інjektується із зовнішнього магнітного поляризатора і не перетинає межу між двома магнітними підсистемами з різними напрямками намагніченості. Натомість він генерується всередині того ж феромагнетика, в якому поширюється спінова хвиля. Оскільки зони провідності провідного феромагнетика обмінно-розщеплені, термоелектричний струм спін-поляризований вже в об'ємі нанотрубки. Тим не менш, ця спінова поляризація визначається тим самим локальним обмінним полем, яке визначає рівноважну намагніченість. Отже, в рівноважному стані даної системи, де намагніченість спрямована вздовж осі $\mathbf{O}_z$ нанотрубки, спінова поляризація термоелектричного струму також спрямована переважно вздовж цієї осі. Таким чином, струм, що протікає в нанотрубці, у першому наближенні є поздовжнім

спін-поляризованим струмом, поляризація якого паралельна рівноважній намагніченості. Такий струм не створює міжфазного поперечного спінового моменту типу Слончевського-Бергера. Це основна фізична причина, чому використання терміна Слончевського-Бергера, що підходить для попередніх робіт, не є виправданим для даної одношарової нанотрубною системи.

Натомість, вплив струму в окремому провідному феромагнетикі має бути описаний у рамках теорії, розробленої Zhang та Li [21]. У цьому підході крутний момент, індукований струмом, виникає тому, що спіни електронів провідності транспортуються через просторово неоднорідну текстуру намагніченості та обмінюються з нею кутовим моментом. В адіабатичному наближенні спін електрона слідує локальному напрямку намагніченості, дрейфуючи разом зі струмом. Якщо намагніченість змінюється в просторі, цей перенос спінової поляризації призводить до конвективного перенесення магнітної текстури та породжує так званий адіабатичний спін-переносний момент. Крім того, оскільки відстеження намагніченості спіном електронів провідності не є ідеально точним, релаксація спіну та дефазування спіну призводять до невеликого зміщення між спіном носія та локальною намагніченістю. Це призводить до неадіабатичного спін-переносного моменту, який має іншу симетрію та часто відіграє роль, аналогічну додатковому внеску, подібному до загасання.

Тому, використовуючи вектор намагніченості $\mathbf{M}$, індуковану струмом частину рівняння Ландау-Ліфшиця слід записати як

$$\mathbf{T}_{ZL} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{M} + \frac{\xi}{M_0} [\mathbf{M} \times (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{M}],$$

де ξ – параметр неадіабатичності, а $\mathbf{u}$ – швидкість спін-дрейфу. Перший член – це адіабатичний момент Zhang-Li, а другий член – неадіабатичний момент Zhang-Li. У цій задачі струм заряду протікає вздовж осі нанотрубки, так що $\mathbf{u} = u_z \mathbf{e}_z$. Величина u_z пропорційна спін-поляризованій частині густини струму заряду. Зручно записати її у вигляді

$$u_z = \frac{\mu_B}{eM_0} J_s = \frac{P_T \mu_B}{eM_0} J_z,$$

де J_z – загальна густина струму термоелектричного заряду вздовж осі нанотрубки,

$$J_z = -(\sigma_{\uparrow} S_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow} S_{\downarrow}) \frac{\partial T}{\partial z} = -\sigma S \frac{\partial T}{\partial z},$$

де σ – загальна електропровідність, S – загальний коефіцієнт термоЕРС, а густина спін-поляризованого зарядового струму J_s має лише O_z – компоненту:

$$J_s = j_{\uparrow} - j_{\downarrow} = -(\sigma_{\uparrow} S_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow} S_{\downarrow}) \frac{\partial T}{\partial z} = -\sigma P_T \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Отже, на відміну від попередніх робіт, струм входить у рівняння не через вектор міжфазного поляризатора $\mathbf{e}_p$, а через швидкість дрейфу u_z , пропорційну термоелектричному струму заряду всередині самого феромагнетика.

Після лінеаризації можна отримати такі вирази для адіабатичного та неадіабатичного членів відповідно:

$$\mathbf{t}_{ad} = -\frac{P_T \mu_B}{e M_0} J_z \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}, \quad \mathbf{t}_{nad} = \xi \frac{P_T \mu_B}{e M_0} J_z \left[\mathbf{e}_z \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right].$$

Адіабатичний член призводить до модифікації закону дисперсії дрейфового типу, яку зазвичай інтерпретують як індукований струмом спін-хвильовий доплерівський зсув [22], тоді як неадіабатичний член модифікує дисипативну частину динаміки.

Враховуючи обмінну взаємодію, анізотропію, дисипацію та спін-переносний момент, а також співвідношення $\mathbf{H}_0^{(i)} \approx \mathbf{H}_0^{(e)}$ (що впливає з форми коефіцієнтів розмагнічування для трубки, поки зовнішнє магнітне поле спрямоване вздовж осі нанотрубки), рівняння Ландау-Ліфшиця для збурення намагніченості можна записати як

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma \left[\mathbf{M}_0 \times \left(\mathbf{h} + \alpha \Delta \mathbf{m} + \beta \mathbf{n}(\mathbf{m}\mathbf{n}) - \frac{1}{M_0^2} \left(\beta (\mathbf{M}_0 \mathbf{n})^2 + \mathbf{M}_0 \mathbf{H}_0^{(e)} \right) \mathbf{m} \right) \right] + \mathbf{t}_G + \mathbf{t}_{ad} + \mathbf{t}_{nad},$$

з лінеаризованим членом гільбертівського загасання, що має такий вигляд:

$$\mathbf{t}_G = \frac{\alpha_G}{M_0} \left[\mathbf{M}_0 \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right].$$

Розглянемо намагніченість та збурення магнітного поля у вигляді гармонічних коливань:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{m}_0(\mathbf{r}) e^{i\omega t}, \\ \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{h}_0(\mathbf{r}) e^{i\omega t}. \end{aligned}$$

Підставляючи ці вирази в лінеаризоване рівняння Ландау-Ліфшиця та враховуючи, що рівноважна намагніченість спрямована вздовж осі z , можна отримати

$$\begin{aligned} i\omega \mathbf{m}_0 + \frac{P_T \mu_B}{e M_0} J_z \frac{\partial \mathbf{m}_0}{\partial z} \\ = \gamma \left[M_0 \mathbf{e}_z \times \left(\mathbf{h}_0 + \alpha \Delta \mathbf{m}_0 - \left(\beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} - i \frac{\alpha_G}{\gamma M_0} \omega \right) \mathbf{m}_0 \right) + \frac{P_T \mu_B}{e \gamma M_0^2} J_z \xi \frac{\partial \mathbf{m}_0}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Щоб отримати замкнену систему рівнянь для збурень намагніченості та магнітного поля, скористаємося магнітостатичним наближенням. У цьому наближенні магнітне поле спінової хвилі можна представити як градієнт скалярного магнітного потенціалу: $\mathbf{h} = -\nabla \Phi$. Підставляючи це в рівняння Максвелла $\operatorname{div} \mathbf{h} = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{m}$, отримуємо наступне співвідношення для магнітного потенціалу:

$$\Delta \Phi - 4\pi \operatorname{div} \mathbf{m} = 0.$$

Для гармонічних збурень це рівняння набуває вигляду

$$\Delta \Phi_0 - 4\pi \operatorname{div} \mathbf{m}_0 = 0, \quad (3)$$

тут $\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_0(\mathbf{r})e^{i\omega t}$.

Отримана система рівнянь (2) та (3) встановлює зв'язок між збуренням намагніченості та магнітним потенціалом спінової хвилі. Виключивши збурення намагніченості з цих рівнянь, можна вивести рівняння для магнітного потенціалу та отримати шукане дисперсійне співвідношення для спінових хвиль дипольного обміну в нанотрубці за наявності термоелектрично індукованого спин-поляризованого струму.

Рівняння для магнітного потенціалу

Виведемо тепер рівняння для магнітного потенціалу спінової хвилі в нанотрубці.

Оскільки система, що розглядається, має циліндричну симетрію, зручно використовувати циліндричні координати (ρ, θ, z) , де вісь z збігається з віссю нанотрубки. Рівноважна намагніченість $\mathbf{M}_0$, зовнішнє магнітне поле $H_0^{(e)}$, та градієнт температури спрямовані вздовж цієї осі.

Після підстановки (3) у (2) та врахування співвідношень $\mathbf{h}_0 = -\nabla\Phi_0$, $J_z = -\sigma S \frac{\partial T}{\partial z}$ отримуємо

$$i\omega \mathbf{m}_0 - \kappa_S \frac{\partial \mathbf{m}_0}{\partial z} = \gamma \left[M_0 \mathbf{e}_z \times \left(-\nabla\Phi_0 + \alpha \Delta \mathbf{m}_0 - \left(\beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} - i \frac{\alpha_G}{\gamma M_0} \omega \right) \mathbf{m}_0 - \frac{\kappa_S \xi}{\gamma M_0} \frac{\partial \mathbf{m}_0}{\partial z} \right) \right],$$

де для зручності введено наступний параметр:

$$\kappa_S = \frac{P_T \mu_B \sigma S}{e M_0} \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Залежність збурення намагніченості від z -координати вважається гармонічною: $\mathbf{m}_0 \sim \exp(-ik_{||}z)$, $\frac{\partial \mathbf{m}_0}{\partial z} = -ik_{||} \mathbf{m}_0$. Таким чином, лінеаризовану форму рівняння Ландау-Ліфшиця можна переписати як

$$i(\omega + \kappa_S k_{||}) \mathbf{m}_0 = \gamma [M_0 \mathbf{e}_z \times (-\nabla\Phi_0 + \alpha \Delta \mathbf{m}_0 - \beta_k \mathbf{m}_0)],$$

де параметр

$$\beta_k = \beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} - i \frac{\alpha_G}{\gamma M_0} \omega - i \frac{\kappa_S \xi}{\gamma M_0} k_{||}.$$

Після деяких перетворень, аналогічних тим, що були виконані в попередніх роботах авторів [6, 7], можна отримати рівняння для магнітного потенціалу спінової хвилі в такому вигляді:

$$\left[\frac{(\omega + \kappa_S k_{||})^2}{\gamma^2 M_0^2} - (\beta_k - \alpha \Delta)(4\pi + \beta_k - \alpha \Delta) \right] \Delta \Phi_0 + 4\pi(\beta_k - \alpha \Delta) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

де введений вище параметр κ_S характеризує вплив термоелектрично індукованого спінового струму на динаміку намагніченості.

Рівняння (4) описує просторовий розподіл магнітного потенціалу спінових хвиль дипольного обміну в досліджуваній наносистемі. Слід зазначити, що за відсутності спінового струму ($\kappa_s = 0$) це рівняння зводиться до відповідного рівняння, отриманого раніше авторами для спінових хвиль дипольного обміну в циліндричних ферромагнітних хвилеводах (див., наприклад, [23]). Наявність термоелектричного спінового струму модифікує рівняння через зсув частоти $\omega \rightarrow \omega + \kappa_s k_{||}$, який відображає доплерівський зсув спінової хвилі, що спостерігається та аналізується у ферромагнетиках зі струмом (див., наприклад, [22]), та через модифікацію ефективного загасання спінових хвиль.

У наступному розділі ми розв'яжемо рівняння (4) у циліндричних координатах та отримаємо дисперсійне співвідношення для спінових хвиль, що поширюються вздовж осі нанотрубки.

Дисперсійне співвідношення та умова збудження спін-хвиль

Отримаємо дисперсійне співвідношення для досліджуваних спінових хвиль. Рівняння (4) для магнітного потенціалу записано в циліндричних координатах (ρ, θ, z) , тому в області $a < \rho < b$, зайнятій нанотрубкою, воно допускає розв'язок у вигляді

$$\Phi_0(\rho, \theta, z) = [A_1 J_s(k_{\perp} \rho) + A_2 N_s(k_{\perp} \rho)] \exp[i(s\theta - k_{||} z)],$$

де A_1 та A_2 – константи, J_s та N_s – функції Бесселя та Неймана порядку s , відповідно, s – радіально-азимутальний номер моди, а $k_{\perp}$, $k_{||}$ – поперечне та поздовжнє хвильові числа, відповідно. Для цієї функції виконуються співвідношення

$$\Delta \Phi_0 = -k^2 \Phi_0, \quad \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial z^2} = -k_{||}^2 \Phi_0$$

Тут загальне хвильове число вводиться як $k^2 = k_{\perp}^2 + k_{||}^2$.

Підставляючи ці співвідношення в рівняння (4), отримуємо дисперсійне рівняння

$$\left[\frac{(\omega + \kappa_s k_{||})^2}{\gamma^2 M_0^2} - \Lambda(4\pi + \Lambda) \right] k^2 + 4\pi \Lambda k_{||}^2 = 0, \quad (5)$$

де

$$\Lambda(k, k_{||}) = \beta_k + \alpha k^2 = \beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} + \alpha k^2 - \frac{i}{\gamma M_0} (\kappa_s \xi k_{||} + \alpha_G \omega),$$

Таким чином, у загальному випадку дисперсійне співвідношення містить дві компоненти хвильового вектора. Допустимі значення $k_{\perp}$ визначаються граничними умовами на внутрішній та зовнішній поверхнях нанотрубки.

За відсутності як дисипації, так і ефективною дисипації, пов'язаної з неадіабатичним членом, рівняння (5) зводиться до

$$(\omega + \kappa_s k_{||})^2 = \gamma^2 M_0^2 (\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right), \quad \beta_0 = \beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0},$$

так що для гілки з позитивною дійсною частотою

$$\omega_r = -k_{\parallel}\kappa_S + \gamma M_0 \sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)}.$$

Остання формула відповідає попереднім роботам авторів, які досліджують спінові хвилі в нанотрубці без урахування дисипації та спінового струму [23], але з додатковим членом, який явно показує доплерівський зсув, спричинений термоелектричним струмом:

$$\Delta\omega_D = k_{\parallel}u_z = -k_{\parallel}\kappa_S.$$

Зазначимо, що для існування спінової хвилі константа гільбертівського загасання α_G не повинна перевищувати приблизно 0.2. Зазвичай її значення для типової феромагнетичної наносистеми, що використовується в експериментах зі спін-поляризованим струмом, змінюється приблизно від 0.02 до 0.2, див., наприклад, [24, 25]. Параметр неадіабатичності ξ також можна вважати малим для типових випадків. Таким чином, доданки, що містять добуток $\alpha_G \xi$ а також квадратичні доданки за α_G або ξ , можна опустити у дисперсійному співвідношенні. Зберігаючи лише члени, лінійні відносно малих параметрів α_G та ξ , та представляючи частоту як $\omega = \omega_r + i\omega_i$, можна отримати з рівняння (5) після низки перетворень

$$\omega_r = -\kappa k_{\parallel} \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma M_0 \sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)}, \quad (6)$$

$$\omega_i = - \frac{\beta_0 + \alpha k^2 + 2\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2}}{\sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)}} \left(\alpha_G \omega_r + \kappa \xi k_{\parallel} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (7)$$

тут $\kappa = \frac{P_{TMB}\sigma S}{eM_0}$. Перше з цих двох рівнянь показує, що внесок адіабатичного струму змінює лише дійсну частину частоти та проявляється як доплерівський зсув. Друге рівняння показує, що неадіабатичний внесок змінює ефективне загасання спінової хвилі. Залежно від знака добутку $\xi \kappa_S k_{\parallel}$ термоелектричний струм може або збільшувати, або зменшувати загасання, як і передбачалося в попередньому розділі.

Зокрема, умова компенсації власного гільбертівського загасання має вигляд

$$\alpha_G \gamma M_0 \sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)} - (\alpha_G - \xi) \kappa_S k_{\parallel} = 0. \quad (8)$$

Коли це співвідношення виконується, ефективне загасання зникає. Якщо градієнт температури збільшується далі в напрямку, для якого

$$\alpha_G \gamma M_0 \sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)} - (\alpha_G - \xi) \kappa_S k_{\parallel} < 0, \quad (9)$$

ефективне загасання стає негативним, і спінова хвиля збуджується. Відповідно, в інтервалі значень градієнта температури, для якого виконується співвідношення

$$\alpha_G \gamma M_0 \sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)} - (\alpha_G - \xi) \kappa_S k_{\parallel} > 0$$

ефективне загасання збільшується порівняно з випадком відсутності градієнта температури.

Оскільки $\kappa_S = \frac{P_T \mu_B \sigma S}{e M_0} \frac{\partial T}{\partial z}$, порогове значення градієнта температури визначається за формулою

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{cr} = \frac{e \alpha_G \gamma M_0^2}{P_T \mu_B \sigma S (\alpha_G - \xi)} \frac{\sqrt{(\beta_0 + \alpha k^2) \left(\beta_0 + \alpha k^2 + 4\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)}}{k_{\parallel}} \quad (10)$$

де знак градієнта необхідно вибрати так, щоб індукований струм компенсував гілбертівське загасання.

Отже, термоелектричний спін-поляризований струм модифікує спектр спін-хвиль двома способами. Адіабатичний член Zhang-Li створює доплерівський зсув $\kappa_S k_{\parallel}$, тоді як неадіабатичний член змінює ефективне загасання і за умови (8) може компенсувати власну дисипацію. За умови (9) це призводить до збудження спін-хвилі. Це принципова відмінність між цим випадком, зумовленим термоелектричним струмом, і раніше розглянутим механізмом збудження типу Слончевського.

Ортогональний спектр хвильових чисел

Спектр поперечного (ортогонального) хвильового числа $k_{\perp}$ для спінових хвиль дипольного обміну в круглій феромагнітній нанотрубі можна отримати з граничних умов для магнітного потенціалу та магнітного поля на внутрішній та зовнішній циліндричних поверхнях нанотрубки. Детальний висновок відповідного спектрального рівняння для круглої нанотрубки в магнітостатичному наближенні був наведений раніше автором у роботі [26]. У цій статті немає потреби повторювати цей висновок повністю, оскільки фізична основа розрахунку залишається незмінною.

Дійсно, у розглянутій тут моделі термоелектричний спін-поляризований струм входить у динамічне рівняння через об'ємні члени Zhang-Li, тобто через поправку поздовжнього дрейфу та поправку, подібну до неадіабатичного затухання. Ці члени модифікують об'ємне рівняння для спінової хвилі та, відповідно, дисперсійне співвідношення через ефективний зсув частоти та параметр ефективного загасання. Водночас, у прийнятому наближенні, вони не змінюють вигляд магнітостатичних граничних умов на внутрішній та зовнішній циліндричних поверхнях нанотрубки. Тому процедура, яка використовувалася раніше для отримання поперечного спектру хвильових чисел, залишається застосовною і до цього випадку.

Для круглої нанотрубки точний спектр $k_{\perp}$ визначається відповідним рівнянням граничної умови, записаним через функції Бесселя та Неймана [26]. Якщо товщина стінки нанотрубки мала порівняно з внутрішнім радіусом, так що $(b - a)/a \ll 1$, а

поздовжнє хвильове число мале порівняно з поперечним, так що $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ (що відповідає умові на більшій частині інтервалу значень $k_{\parallel}$, оскільки $k_{\parallel}$ має бути більшим або того ж порядку, що й обернена довжина нанотрубки, тоді як $k_{\perp}$ для ненульових мод має бути більшим або того ж порядку з $(b - a)^{-1}$), тоді залежність поперечного спектру від $k_{\parallel}$ є слабкою і поперечне хвильове число визначається, у першому наближенні, квазіодномірною умовою стоячої хвилі поперек стінки нанотрубки [26]:

$$k_{\perp}(b - a) = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Таким чином,

$$k_{\perp} = \frac{\pi n}{b - a} \quad (11)$$

Фундаментальну моду $n = 0$ слід розглядати окремо з фізичної точки зору (як моду, приблизно рівномірну по всій товщині стінки, для якої $k_{\perp} = 0$ – тоді як ненульові моди $n > 0$ описуються моделлю стоячої хвилі з тонкими стінками). Оскільки вираз (11) формально виконується при $n = 0$ (фундаментальна мода), у наступному розділі статті буде використовуватися вираз (11) з n , що починається з 0 – однак, як ми побачимо з аналізу, картина спінової хвилі суттєво відрізняється для фундаментальної моди порівняно з вищими модами.

Отже, у цій задачі термоелектричний спіновий струм модифікує дійсну та уявну частини частоти спінової хвилі, але не змінює форму провідного порядку правила поперечного квантування. Остання залишається такою ж, як і для круглої нанотрубки без спінового струму, за умови виконання вищезазначених умов і недостатньо сильного спінового струму, щоб змінити рівноважну магнітну конфігурацію нанотрубки.

Результати та обговорення

Давайте проаналізуємо отримані результати.

Як уже згадувалося раніше, отримане вище дисперсійне співвідношення показує, що термоелектрично індукований спін-поляризований струм впливає на спектр спін-хвиль двома якісно різними способами. По-перше, адіабатичний член Zhang-Li призводить до зсуву дійсної частини частоти шляхом заміни $\omega \rightarrow \omega_{\text{eff}} = \omega + \kappa_S k_{\parallel}$. Таким чином, термоелектричний струм викликає індукований струмом доплерівський зсув спектру спін-хвиль. Цей результат узгоджується з аульною фізичною картиною спін-хвильового доплерівського зсуву в провідних феромагнетиках, що несуть спін-поляризований струм [22]. Зазначимо, що знак цього зсуву визначається знаком добутку $\kappa_S k_{\parallel}$. Отже, спінові хвилі, що поширюються в протилежних напрямках вдовж осі нанотрубки, стають нееквівалентними за наявності градієнта температури. У цьому сенсі термоелектричний струм порушує симетрію між модами $x + k_{\parallel}$ та $-k_{\parallel}$.

По-друге, неадіабатичний член Zhang-Li входить в уявну частину частоти разом із членом гільбертівського загасання. Як результат, градієнт температури впливає не лише на фазову швидкість спінової хвилі, але й на її загасання. Залежно від знака добутку $\kappa_S k_{\parallel}$,

неадіабатичний внесок може або частково компенсувати власну дисипацію, або збільшувати її. Отже, градієнт температури може або сприяти збудженню спінової хвилі, або пригнічувати поширення вже існуючих мод. На відміну від адіабатичного члена, який впливає лише на дійсну частину частоти, неадіабатичний член діє як корекція, подібна до загасання.

Окремий випадок відповідає точці $\alpha_G = \xi$. Член, що залежить від струму, в уявній частині частоти пропорційний $(\alpha_G - \xi)\kappa_S k_{\parallel}$. Отже, при $\alpha_G = \xi$ внесок термоелектричного спінового струму в ефективне загасання зникає, а уявна частина частоти зводиться до звичайного члена загасання,

$$\omega_i = -\left(\beta_0 + \alpha k^2 + 2\pi \frac{k_{\perp}^2}{k^2}\right),$$

у прийнятих нормалізованих позначеннях. Відповідно, градієнт критичної температури пропорційний $1/(\alpha_G - \xi)$ та прагне до $+\infty$ або $-\infty$ (коли $\alpha_G \rightarrow \xi$) з протилежних боків. Таким чином, точка $\alpha_G = \xi$ розділяє два якісно різні режими впливу термоелектричного струму на загасання спін-хвилі: з одного боку від цієї точки струм зменшує загасання, тоді як з іншого боку – збільшує його. Саме при $\alpha_G = \xi$ термоелектричний струм створює лише доплерівський зсув дійсної частини частоти та не впливає на загасання.

Важливим граничним випадком є відсутність градієнта температури, тому $\kappa_S = 0$. Тоді отримані вирази зводяться до раніше відомих результатів для спінових хвиль дипольного обміну у ферромагнітній нанотрубці без спінового струму. У свою чергу, якщо спіновий струм присутній, але параметром неадіабатичності нехтують, градієнт температури впливає лише на дійсну частину частоти і не змінює загасання хвилі. Таким чином, ролі адіабатичного та неадіабатичного членів чітко розділені в аналітичних результатах.

Отримані вирази також дозволяють визначити умови, за яких вплив термоелектричного струму є найбільш вираженим. Оскільки поправка до дійсної частини частоти пропорційна $k_{\parallel}$, доплерівський зсув зникає для чисто поперечних стоячих мод і збільшується зі збільшенням поздовжнього хвильового числа. Однак відносний внесок цього зсуву в загальну частоту зменшується в короткохвильовому режимі з домінуванням обміну, де основна частина частоти зростає приблизно як k^2 . Тому очікується, що відносний вплив термоелектричного струму на закон дисперсії буде найбільш помітним у проміжній області хвильових чисел, де обмінний та магнітостатичний внески зіставні.

Аналогічний висновок впливає для умови збудження спін-хвиль, але лише для фундаментальної моди. Пороговий градієнт температури визначається умовою компенсації гільбертівського загасання неадіабатичним струмом, див. (10). Його залежність від $k_{\parallel}$ має полюс у точці $k_{\parallel} = 0$, поблизу якої $(\partial T / \partial z)_{cr} \sim \text{const} / k_{\parallel}$. Аналіз показує, що зі збільшенням $|k_{\parallel}|$, для фундаментальної моди ($n = 0$) $|(\partial T / \partial z)_{cr}|$ досягає мінімального значення, а потім починає зростати, але для вищих мод залежність стає монотонною. Отже, очікується, що збудження спінових хвиль термоелектричним струмом буде найефективнішим для коротких хвиль на вищих модах ($n > 0$). Однак для

фундаментальної моди це збудження очікується найефективнішим не для найдовших або найкоротших хвиль, а для мод зі скінченням $k_{\parallel}$.

Також важливо, що в прийнятому наближенні термоелектричний струм модифікує частоту та загасання спінової хвилі, але не змінює правило квантування поперечного порядку для поперечного хвильового числа. Отже, структура поперечної моди нанотрубки все ще визначається переважно її геометричними параметрами, тоді як градієнт температури контролює поширення та загасання цих мод вздовж осі нанотрубки. Це означає, що геометричне квантування та ефекти, індуковані термоелектричним струмом, можна розглядати як два відносно незалежні механізми формування спектра спінової хвилі.

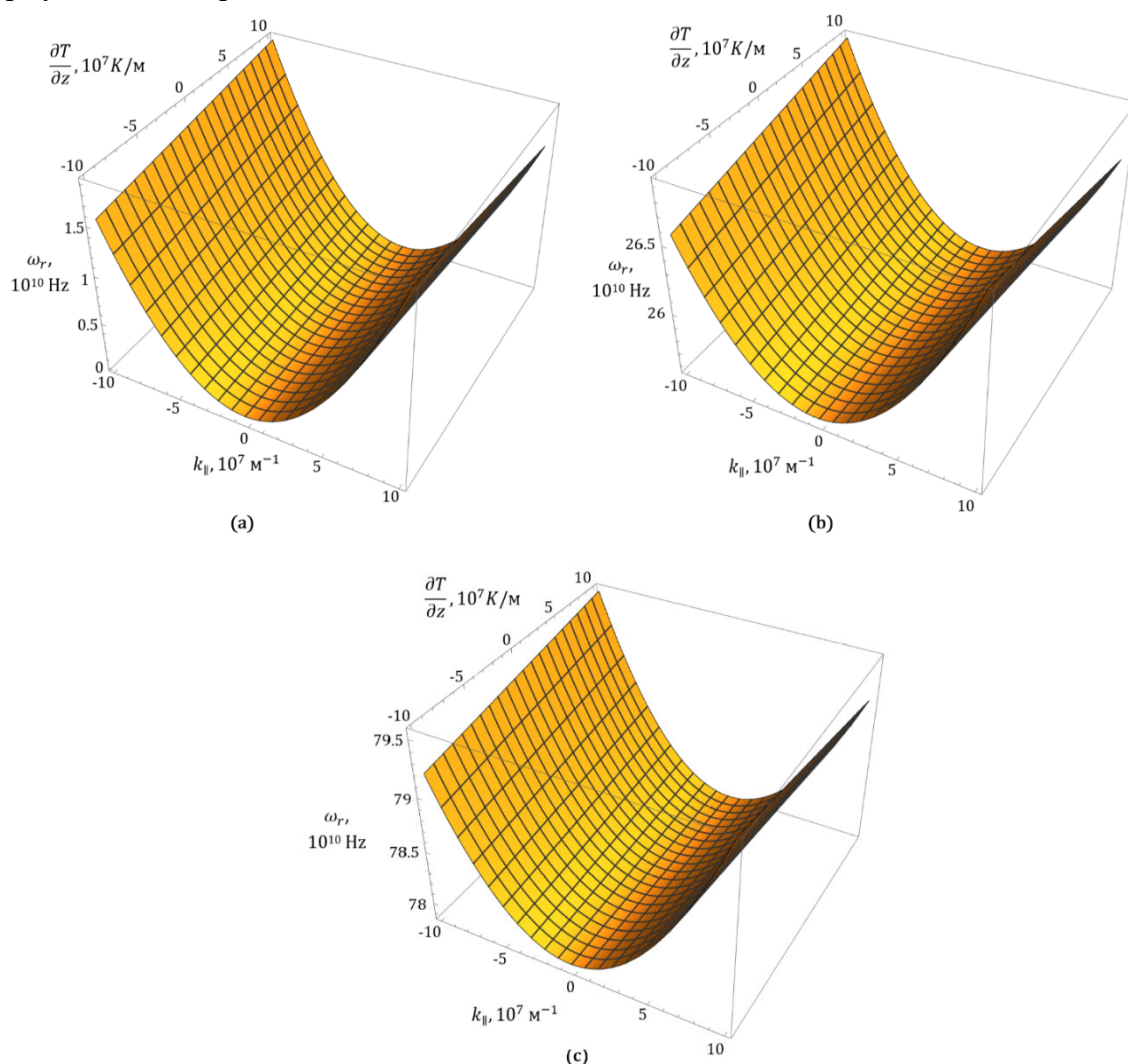


Рис. 2. Залежності $\omega_r(k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z})$ для матеріалу нанотрубки $Ni_{80}Fe_{20}$, товщини нанотрубки $d = 10$ нм та (a) $n = 0$, (b) $n = 1$, (c) $n = 2$

Зробимо графічні зображення отриманих результатів за відсутності зовнішнього магнітного поля ($H_0^{(e)} = 0$, $\beta_0 = \beta$) для нанотрубки товщиною $b-a = d = 10$ нм. З виразу для ортогонального спектру (11) випливає, що для виконання умови $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$, значення $k_{\parallel}$ повинні бути обмежені приблизно 10^6 см⁻¹. Тоді, якщо матеріалом нанотрубки

вибрано феромагнетик $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ (його параметри для графіків нижче взяті з робіт [27–29]), залежності дійсної та уявної частин частот спінових хвиль (визначених законами дисперсії (6), (7)) від повздовжнього хвильового числа $k_{\parallel}$ та градієнта температури $\frac{\partial T}{\partial z}$ для перших трьох поперечних мод ($n = 0$, $n = 1$ та $n = 2$) будуть такими (рис. 2, 3):

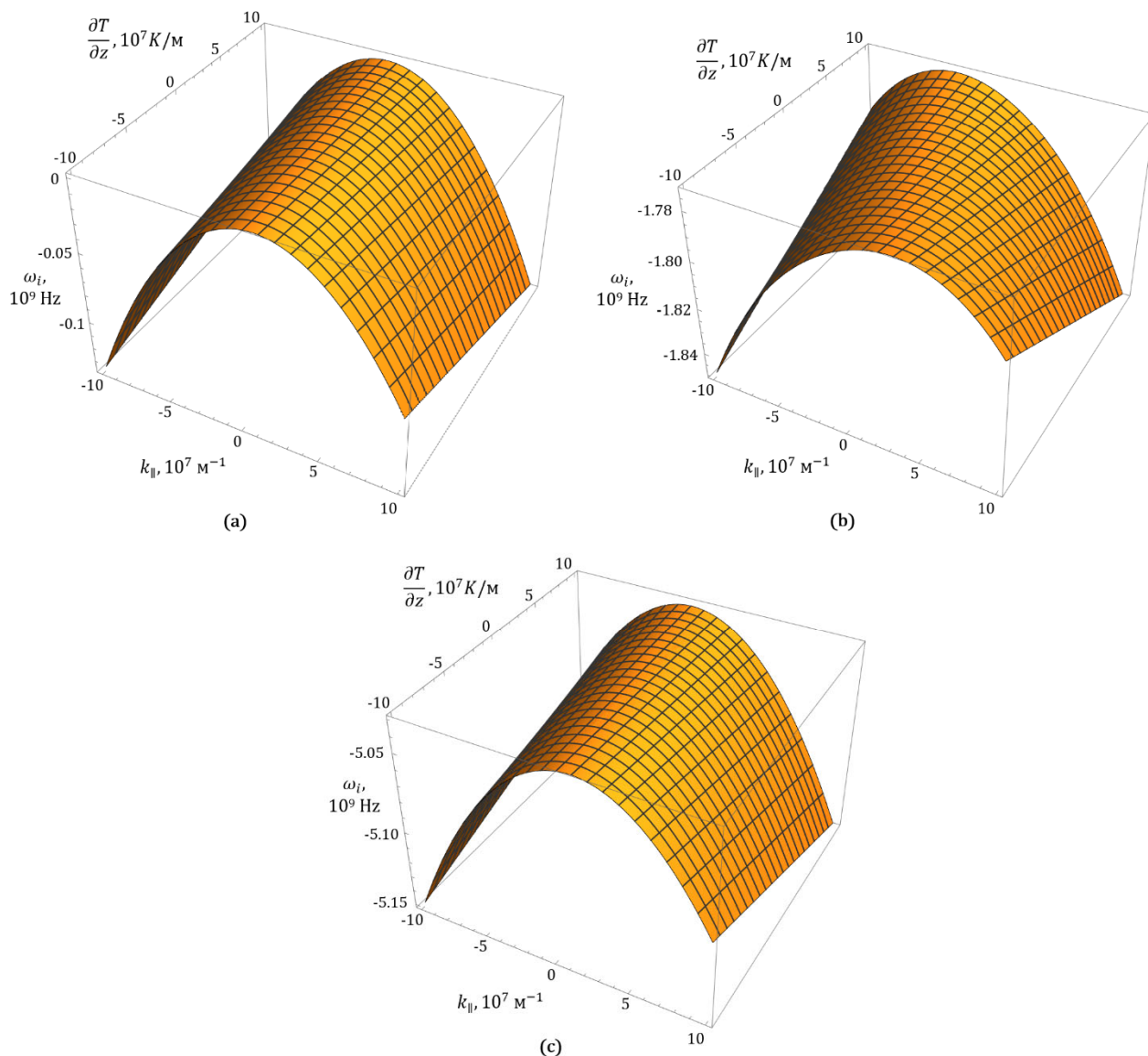


Рис. 3. Залежності $\omega_i(k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z})$ для матеріалу нанотрубки $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$, товщини нанотрубки $d = 10$ нм та (a) $n = 0$, (b) $n = 1$, (c) $n = 2$

Як видно з рис. 2, 3, залежності як дійсної, так і уявної частин частоти від $k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z}$ мають подібний вигляд для різних поперечних мод, але на суттєво різних масштабах (у межах двох порядків величини для цих трьох мод – і саме тому вони відображені на окремих графіках для кожної поперечної моди). Спостерігаються яскраво виражені залежності від $\frac{\partial T}{\partial z}$ (скрізь, крім області, де $k_{\parallel}$ близьке до 0), що показує, що термоелектрично індукований спін-поляризований струм може помітно змінювати як

дійсню, так і уявну частини частоти спінової хвилі в розглянутому діапазоні параметрів. Залежності від $\frac{\partial T}{\partial z}$ є лінійними, але не симетричними відносно інвертування знака цього значення. Однак, залежності від $k_{\parallel}$, не є лінійними. Для ω_r , вони близькі до параболічних (фактично, це сума лінійної функції та функції, близької до параболічної, але лінійна частина слабо виражена для використаного набору параметрів феромагнетика), з мінімальним значенням $\omega_r = \beta \gamma M_0 = 0.17$ GHz (для використаного набору параметрів феромагнетика), що досягається при $n = 0$, $k_{\parallel} = 0$. Залежності $\omega_i(k_{\parallel})$ близькі до монотонних, маючи слабо виражений максимум. Аналіз рівняння (7) показує, що для $n = 0$, цей максимум має місце, коли

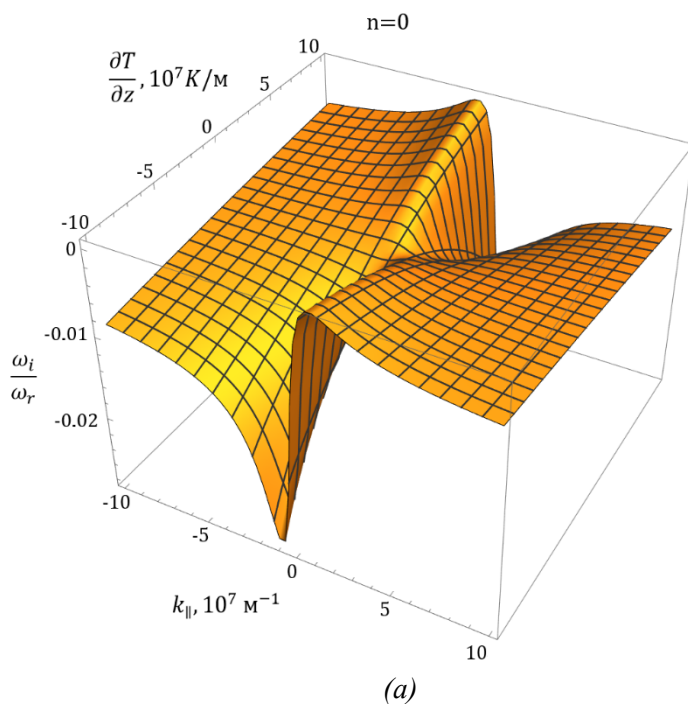
$$k_{\parallel} = k_{\parallel}^{(max)} = \frac{\kappa(\alpha_G - \xi)}{2\alpha_G \gamma M_0 \alpha} \frac{\partial T}{\partial z},$$

а для $n > 0$ умова максимуму (у тій самій практично важливій границі $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ набуває вигляду

$$k_{\parallel} = k_{\parallel}^{(max)} \approx \frac{\kappa(\alpha_G - \xi)}{2\alpha_G \gamma M_0 \left(\alpha - \frac{2\pi}{k_{\perp}^2}\right)} \frac{\beta + \alpha k_{\perp}^2 + 2\pi}{\sqrt{(\beta + \alpha k_{\perp}^2)(\beta + \alpha k_{\perp}^2 + 4\pi)}} \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Зауважимо, що за умови $\alpha k_{\perp}^2 - 2\pi < 0$ екстремум, заданий наведеною вище формулою, є мінімумом, а не максимумом. У цьому випадку необхідно зберегти члени вищого порядку в $k_{\parallel}/k_{\perp}$ під час аналізу рівняння (7) для екстремальної умови.

Залежності $\frac{\omega_i}{\omega_r}(k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z})$ для тієї ж конфігурації нанотрубок представлені на рис. 4.



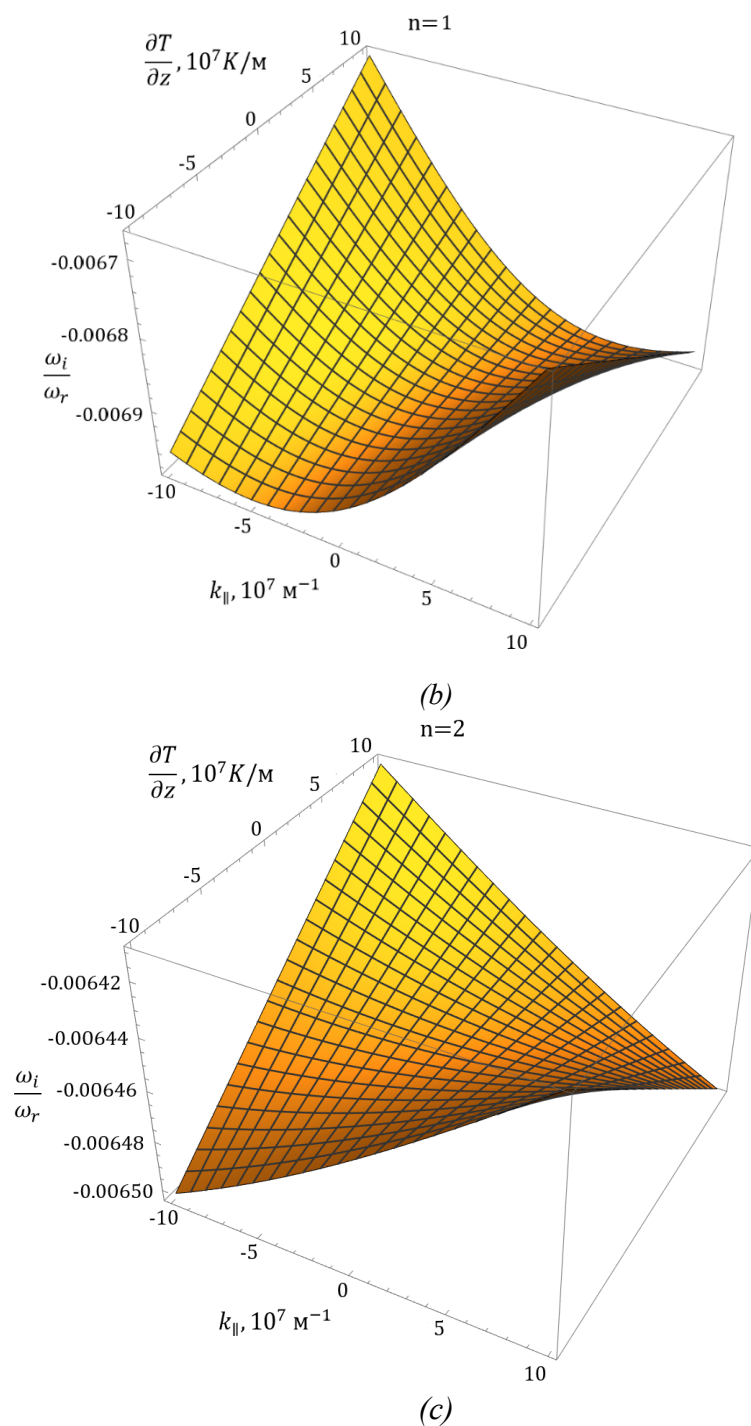


Рис. 4. Залежності $\frac{\omega_i}{\omega_r}(k_{||}, \frac{\partial T}{\partial z})$ для матеріалу нанотрубки $Ni_{80}Fe_{20}$, товщини нанотрубки $d = 10$ нм та (a) $n = 0$, (b) $n = 1$, (c) $n = 2$

Як видно з рис. 4, залежності $\frac{\omega_i}{\omega_r}(k_{||}, \frac{\partial T}{\partial z})$ для нульової моди $n = 0$ та вищих мод $n > 0$ якісно відрізняються. Моди з $n = 1$ та $n = 2$ мають подібну форму; хоча обидві вони виглядають як сідлові поверхні, насправді залежності від $\frac{\partial T}{\partial z}$ для обох з них є монотонними, близькими до лінійних. Залежності від $k_{||}$ для вищих мод ($n > 0$) містять по одному глобальному мінімуму кожна. Залежність для фундаментальної моди $n = 0$

виявляється набагато складнішою – залежність від $k_{\parallel}$ має один локальний максимум та один локальний мінімум у точках $k_{\parallel} = \pm\sqrt{\beta/\alpha}$ (за винятком випадку $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ для якого $\frac{\omega_i}{\omega_r} = -\alpha_G = \text{const}$), асимптотично наближаючись до значення $-\alpha_G$ для великих абсолютних $k_{\parallel}$ (як додатних, так і від'ємних).

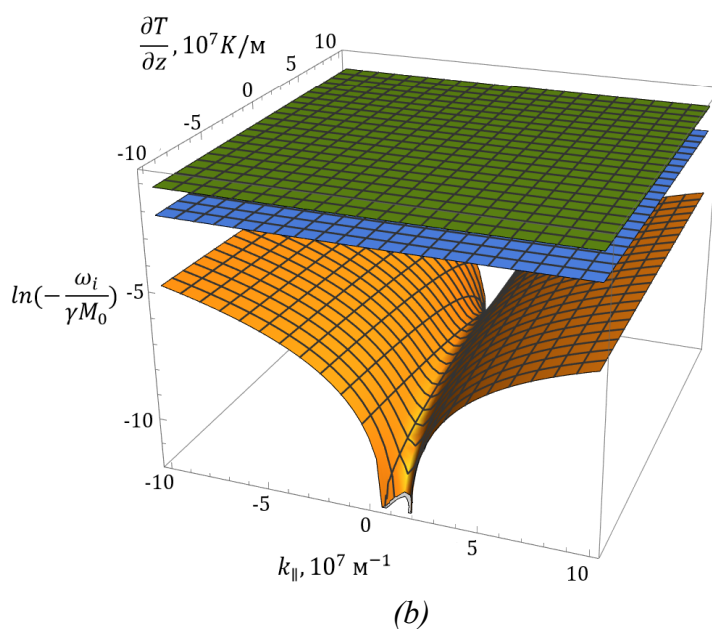
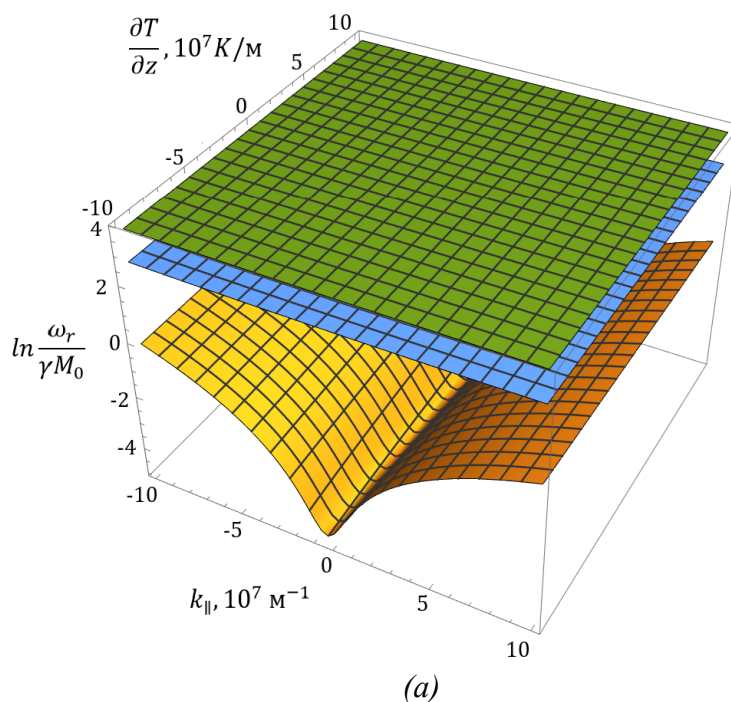


Рис. 5. Логарифмічні залежності а) $\ln \frac{\omega_r}{\gamma M_0} (k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z})$ та б) $\ln(-\frac{\omega_i}{\gamma M_0} (k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z}))$ для матеріалу нанотрубки $Ni_{80}Fe_{20}$ та товщини нанотрубки $d = 10$ нм.

Як видно з рис. 5, візуалізація логарифмічних варіацій залежностей $\omega_r(k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z})$, $\omega_i(k_{\parallel}, \frac{\partial T}{\partial z})$ для різних поперечних мод на одному графіку (для кожної частини частоти) дозволяє візуалізувати відмінності характерних масштабів для різних мод, але не відмінності самих залежностей. Через відмінності характерних масштабів, лише залежності для моди $n = 0$ виглядають помітними, тоді як залежності для $n = 1$ та $n = 2$ виглядають плоскими. (У звичайних, нелогарифмічних візуалізаціях залежності для всіх трьох мод виглядають плоскими).

Висновки

Таким чином, у цій статті проведено теоретичне дослідження спінових хвиль дипольного обміну в провідній феромагнітній нанотрубі з легкою віссю, спрямованою вздовж осі нанотрубки. Вважається, що вздовж нанотрубки прикладено градієнт температури, який генерує термоелектрично індукований спін-поляризований струм. На відміну від попередніх робіт авторів [6, 7] (в яких розглядалося інше джерело спінового струму), взаємодія струму зі спін-хвильовою підсистемою була описана у фізично узгодженій формі Zhang-Li, яка підходить для одного провідного феромагнетика, в якому струм генерується всередині одного й того ж магнітного тіла. У рамках цього підходу в рівняння Ландау-Ліфшиця були введені адіабатичні та неадіабатичні члени, індуковані струмом, та отримано відповідне рівняння для магнітного потенціалу, дисперсійного співвідношення та умов збудження спін-хвилі.

Було показано, що термоелектричний спін-поляризований струм впливає на спектр спінових хвиль двома якісно різними способами. Адіабатичний внесок струму призводить до доплерівського зсуву дійсної частини частоти спінових хвиль і, отже, усуває еквівалентність хвиль, що поширюються в протилежних напрямках вздовж осі нанотрубки. Неадіабатичний внесок модифікує уявну частину частоти і, залежно від напрямку та величини градієнта температури, може або збільшити ефективне затухання, або частково компенсувати його, або призвести до генерації спінових хвиль. Таким чином, градієнт температури діє як параметр керування не лише фазовою швидкістю спінових хвиль, але й затуханням та генерацією спінових хвиль.

Також було встановлено, що компенсація власного гільбертівського загасання неадіабатичним струмом-індукованим членом визначає порогове значення градієнта температури, необхідного для збудження спінової хвилі. Окремий випадок відповідає точці $\alpha_G = \xi$ в якій ефективне загасання зникає, тоді як доплерівський зсув дійсної частини частоти залишається скінченним. Отже, ця точка розділяє два якісно різні режими впливу термоелектричного струму на загасання спінової хвилі.

Аналіз поперечного спектру показав, що в межах прийнятого наближення термоелектричний струм не змінює правило квантування провідного порядку для ортогонального хвильового числа. Отже, структура поперечної моди нанотрубки залишається переважно визначеною її геометрією, тоді як градієнт температури визначає поздовжнє поширення та затухання мод. У тонкостінному наближенні вищі поперечні

моди підпорядковуються звичайній квазіодновимірній умові стоячої хвилі поперек стінки нанотрубки, тоді як фундаментальну моду слід розглядати окремо як моду, приблизно рівномірну по всій товщині.

Чисельний аналіз, проведений для пермалоївої нанотрубки, показав, що індуковані струмом зміни спектру найбільш виражені для фундаментальної моди. Для всіх досліджуваних мод дійсна частина частоти демонструє чітку залежність доплерівського типу від градієнта температури, тоді як уявна частина виявляє можливість керування загасанням та збудженням спін-хвиль. Водночас, характерні масштаби частоти сильно відрізняються для різних поперечних мод, що вказує на те, що термоелектричний струм впливає на низькорозташовані та вищі моди кількісно по-різному. Інтервал значень для дійсної частини частоти спінової хвилі починається від 0.17 ГГц і досягає терагерцової області для вищих (нефундаментальних) мод спінової хвилі.

Таким чином, отримані результати показують, що градієнт температури в провідній ферромагнітній нанотрубі може служити ефективним засобом керування спектром, невзаємністю, загасанням та збудженням спінових хвиль дипольного обміну. Це робить розглянуту наносистему перспективною для термокерованих магнітонних пристроїв, в яких перенос та генерація спінових хвиль можуть бути налаштовані термоелектричними засобами без необхідності використання зовнішнього спінового інжектора.

Інформація про авторів:

Куліш В.В. – Доктор фізико-математичних наук, професор.

Єрьомін С.І. – Аспірант.

Література

1. Flebus, B., Grundler, D., Rana, B., Otani, Y., Barsukov, I., Barman, A., ... & Rao, J. (2024). The 2024 magnonics roadmap. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 36(36), Article 363501. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/ad399c>
2. Anderson, M. (2025). Spin wave dynamics and magnonic devices for future computing technologies. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 589, 172045. <https://jourmag.org/index.php/jma/article/view/51>
3. Krawczyk, M., & Grundler, D. (2014). Review and prospects of magnonic crystals and devices with reprogrammable band structure. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 26(12), Article 123202. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/26/12/123202>
4. Ye, Y., & Geng, B. (2012). Magnetic nanotubes: Synthesis, properties, and applications. *Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences*, 37(2), 75–93. <https://doi.org/10.1080/10408436.2011.613491>
5. Streubel, R., Lee, J., Makarov, D., Im, M. Y., Karnaushenko, D., Han, L., ... & Schmidt, O. G. (2014). Magnetic microstructure of rolled-up single-layer ferromagnetic

- nanomembranes. *Advanced Materials*, 26(2), 316–323. <https://doi.org/10.1002/adma.201303003>
6. Kulish, V. V. (2016). Spin waves in a ferromagnetic nanotube: Account of dissipation and spin-polarized current. *Ukrainian Journal of Physics*, 61(1), 59–65. <https://doi.org/10.15407/ujpe61.01.0059>
 7. Gorobets, Y. I., & Kulish, V. V. (2015). Spin waves in a ferromagnetic nanotube of an elliptic cross-section in the presence of a spin-polarized current. *Open Physics*, 13(1), 263–271. <https://doi.org/10.1515/phys-2015-0033>
 8. Slonczewski, J. C. (1996). Current-driven excitation of magnetic multilayers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 159(1–2), L1–L7. [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(96\)00062-5](https://doi.org/10.1016/0304-8853(96)00062-5)
 9. Berger, L. (1996). Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current. *Physical Review B*, 54(13), 9353–9358. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.54.9353>
 10. Yang, G., Sang, L., Zhang, C., Ye, N., Hamilton, A., Fuhrer, M. S., & Wang, X. (2023). The role of spin in thermoelectricity. *Nature Reviews Physics*, 5(8), 466–482. <https://doi.org/10.1038/s42254-023-00604-0>
 11. Yu, H., Bréchet, S. D., & Ansermet, J. P. (2017). Spin caloritronics: Origin and outlook. *Physics Letters A*, 381(9), 825–837. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2016.12.038>
 12. Bauer, G. E. W., Saitoh, E., & van Wees, B. J. (2012). Spin caloritronics. *Nature Materials*, 11(5), 391–399. <https://doi.org/10.1038/nmat3301>
 13. Adachi, H., Uchida, K., Saitoh, E., & Maekawa, S. (2013). Theory of the spin Seebeck effect. *Reports on Progress in Physics*, 76(3), Article 036501. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/3/036501>
 14. Uchida, K., Takahashi, S., Harii, K., Ieda, J., Koshibae, W., Ando, K., ... & Saitoh, E. (2008). Observation of the spin Seebeck effect. *Nature*, 455(7214), 778–781. <https://doi.org/10.1038/nature07321>
 15. Zink B. L. (2025). Measurement and control of magnetic thin films and devices using thermal gradients applied via suspended Si-N membranes. *Science and Technology of Advanced Materials*, 26(1), Article 2531735. <https://doi.org/10.1080/14686996.2025.2531735>
 16. Gubbiotti Gianluca *et al* (2025). 2025 roadmap on 3D nanomagnetism. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 37(4), Article 143502. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/ad9655>
 17. Yershov K.V. *et al*. (2025). Chiral breakdown engineered by mesoscale Dzyaloshinskii–Moriya interaction in biaxial magnetic nanotubes. *Physical Review B*, 111(18), Article 184419. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.111.184419>
 18. Rivard, C., Jander, A. & Dhagat, P. Sustained amplification of coherent spin waves by parametric pumping with surface acoustic waves. *npj Spintronics* 3, 49 (2025). <https://doi.org/10.1038/s44306-025-00115-x>
 19. Song, M., Polakovic, T., Lim, J. *et al*. Single-shot magnon interference in a magnon-superconducting-resonator hybrid circuit. *Nat Commun* 16, 3649 (2025). <https://doi.org/10.1038/s41467-025-58482-2>

20. Akhiezer, A. I., Baryakhtar, V. G., & Peletminskii, S. V. (1968). *Spin waves*. North-Holland.
21. Zhang, S., & Li, Z. (2004). Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets. *Physical Review Letters*, 93(12), Article 127204. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.127204>
22. Vlaminck, V., & Bailleul, M. (2008). Current-induced spin-wave Doppler shift. *Science*, 322(5900), 410–413. <https://doi.org/10.1126/science.1162843>
23. Gorobets, Y. I., & Kulish, V. V. (2014). Dipole-exchange spin waves in a ferromagnetic nanotube. *Ukrainian Journal of Physics*, 59(5). <https://doi.org/10.15407/ujpe59.05.0541>
24. Tserkovnyak, Y., Brataas, A., & Bauer, G. E. W. (2002). Enhanced Gilbert damping in magnetic multilayers. *Physical Review Letters*, 88(11), Article 117601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.117601>
25. Gamble, S. J., Burkhardt, M. H., Kashuba, A., Allenspach, R., Parkin, S. S. P., Siegmann, H. C., & Stöhr, J. (2009). Electric field induced magnetic anisotropy in a ferromagnet. *Physical Review Letters*, 102(21), Article 217201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.217201>
26. Kulish, V. V. (2017). Magnetic spin-wave properties of ferromagnetic nanosystems of various shapes. Peculiarities of the border conditions accounting in the process of the wavenumber values spectrum finding. *KPI Science News*, (4), 85–92. <https://doi.org/10.20535/1810-0546.2017.4.105251>
27. Liu, H. Y., Wang, Z. K., Lim, H. S., Ng, S. C., Kuok, M. H., Lockwood, D. J., Cottam, M. G., Nielsch, K., & Gösele, U. (2005). Magnetic-field dependence of spin waves in ordered permalloy nanowire arrays in two dimensions. *Journal of Applied Physics*, 98(4), Article 046103. <https://doi.org/10.1063/1.2009072>
28. Dejene, F. K., Flipse, J., & van Wees, B. J. (2012). Spin-dependent Seebeck coefficients of Ni₈₀Fe₂₀ and Co in nanopillar spin valves. *Physical Review B*, 86(2), Article 024436. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.024436>
29. Lepadatu, S., et al. (2009). Experimental determination of spin-transfer torque nonadiabaticity parameter and spin polarization in permalloy. *Physical Review B*, 79(9), Article 094402. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.79.094402>

V.V. Kulish (<https://orcid.org/0000-0003-0302-7009>),

S.I. Yeromin (<https://orcid.org/0009-0004-2631-1373>)

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,
37 Beresteisky Ave., 03056 Kyiv, Ukraine

Theory of Dipole-Exchange Spin Waves in a Ferromagnetic Nanotube in the Presence of a Thermoelectrically Induced Spin-Transfer Torque

A theoretical study of dipole–exchange spin waves in a conducting ferromagnetic nanotube subjected to a longitudinal temperature gradient is presented. The temperature gradient via the Seebeck effect generates an electric current, which becomes spin-polarized in the ferromagnet and gives rise to a spin-transfer torque acting on the magnetization. The magnetization dynamics is described within the Landau–Lifshitz–Gilbert framework augmented by the Zhang–Li torque terms corresponding to adiabatic and nonadiabatic spin transport. An analytical dispersion relation for spin waves in a thin-walled nanotube with uniaxial anisotropy is derived, taking into account both exchange and dipolar interactions. It is shown that the thermoelectrically induced spin-polarized current leads to a Doppler-like shift of the spin-wave spectrum and modifies the effective damping. A critical temperature gradient is obtained at which the nonadiabatic torque compensates the intrinsic Gilbert damping, resulting in the onset of spin wave generation. Numerical estimates for Permalloy nanotubes demonstrate that the effect can be significant for experimentally accessible parameters. The results reveal a direct coupling between thermoelectric charge transport and spin-wave dynamics in curved magnetic nanostructures, highlighting the potential of ferromagnetic nanotubes as elements of spin-caloritronic and thermoelectric devices.

Keywords: spin wave; nanomagnetism; dipole-exchange theory; ferromagnetic nanotube; uniaxial magnetic anisotropy; spin-polarized current; thermoelectricity; spin transfer; Seebeck effect.